க. பொ. த (உயர்தரம்)

இணைந்த கணிதம்

ஆசிரியர் அறிவுரைப்பு வழிகாட்டி

தரம் 13

(2010 இலிருந்து நடைமுறைப்படுத்தப்படும்)

கணிதத்துறை
விஞ்ஞான தொழினுட்ப பீடம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்
மகரகம
இலங்கை

Cover Design - E. L. A. K. Liyanage

f.ngh.j (c aujuk)
இணைந்த கணிதம்

தரம் 13

ஆசிரியர் அறிவுரைப்பு வழிகாட்டி

(2010 ஆம் ஆண்டிலிருந்து நடைமுறைப்படுத்தப்படும்)

கணிதத்திணைக்களம்
விஞ்ஞான தொழினுட்ப பீடம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்
மகரகம

இணைந்த கணிதம்
தரம் 13 – ஆசிரியர் அறிவுரைப்பு வழிகாட்டி
முதல் பதிப்பு – 2010

© தேசிய கல்வி நிறுவகம்

ISBN

கணிதத்திணைக்களம்
விஞ்ஞான தொழினுட்ப பீடம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்

இணையத்தளம் : www.nie.lk

பதிப்பு:

எழுத்தாளர் குழு

வழிகாட்டல் : **பேராசிரியர் உபாலி எம். சேதர**
பணிப்பாளர் நாயகம்,
தேசிய கல்வி நிறுவகம்

திரு.விமல் சியம்பலாகொட
உதவிப் பணிப்பாளர் நாயகம்
விஞ்ஞான தொழினுட்பபீடம், தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

நெறிப்படுத்தல் : **லால். எச். விஜேசிங்ஹ**
பணிப்பாளர் (கணிதத் திணைக்களம்),
விஞ்ஞான தொழினுட்பபீடம், தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

இணைப்பாக்கம்: **திரு. கே. கணேசலிங்கம்**
தரம் 12 - 13 கணித செயற்றிட்டக் குழுத் தலைவர்

கலைத்திட்டக் குழு:
தரம் 12 – 13 இணைந்த கணிதச் செயற்றிட்டக் குழு

திரு. கே. கணேசலிங்கம் - பிரதம செயற்றிட்ட அதிகாரி
திரு. எஸ். இராஜேந்திரம் - செயற்றிட்ட அதிகாரி
திருமதி. டப்ளிவ்.ஐ.ஜீ. ரத்னாயக - செயற்றிட்ட அதிகாரி
திரு. ஜீ.பீ.எச்.ஜே. குமார - செயற்றிட்ட அதிகாரி
திருமதி. எம்.என்.ஆர். பீரிஸ் - செயற்றிட்ட அதிகாரி
திரு. ஜீ.எல். கருணாரத்ன - செயற்றிட்ட அதிகாரி

மீள்பார்வை: **பேராசிரியர் U.N.B. திசாநாயக்க**
கணிதத்துறை, விஞ்ஞான பீடம்,
பேராதனைப்பல்கலைக்கழகம்

கலாநிதி A.S.S. பெரேரா,
கணிதத்துறை, விஞ்ஞான பீடம்
பேராதனைப்பல்கலைக்கழகம்

கலாநிதி W.B. தவந்தசேகர
கணிதத்துறை, விஞ்ஞான பீடம்
பேராதனைப்பல்கலைக்கழகம்

கலாநிதி A. A. I பெரேரா
கணிதத்துறை, விஞ்ஞான பீடம்
பேராதனைப்பல்கலைக்கழகம்

கலாநிதி H. M. நசீர்
கணிதத்துறை, விஞ்ஞான பீடம்
பேராதனைப்பல்கலைக்கழகம்

கணினி பதிப்பும் வடிவமைப்பும் : திருமதி.என். நந்தினி

உள்ளடக்கம்

j t i z - 1

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
11.3	1. மெய்யெண் ஒன்றின் மட்டுப் பெறுமானத்தைக் கூறுவார்.	**மட்டு தொடர்பான சமனிலிகள்** $x \in \mathbb{R}$ என்க. $\lvert x \rvert = x, \ \geq 0$ எனின் $= -x \ , \ x < 0$ எனின் என வரையறுக்கப்படும்.	06
	2. மட்டுச் சார்பை வரையறுப்பார்.	$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ஒரு சார்பு ஆகுக. $\lvert f \rvert : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ என்பது $\lvert f \rvert (x) = \lvert f(x) \rvert$ என வரையறுக்கப்படும். $\lvert f \rvert (x) = f(x) \ , f(x) \geq 0$ எனின் $= -f(x), f(x) < 0$ எனின் உதாரணங்கள் மூலம் விளக்குக.	
	3. மட்டு சார்புகளின் வரைபுகளை வரைவார்.	$y = \lvert ax \rvert$, $y = \lvert ax+b \rvert$, $y = \lvert ax \rvert + b$ $y = \lvert ax+b \rvert + c$ $y = c - \lvert ax+b \rvert$ $y = \lvert ax+b \rvert \pm \lvert cx+d \rvert$ $y = \lvert ax^2 + bx + c \rvert$ போன்ற சார்புகளின் வரைபுகளை வரைக. இங்கு $a,b,c,d \in \mathbb{R}$.	
	4. மட்டுக்களுடனான சமனிலிகளைத் தீர்ப்பார்.	$\lvert ax+b \rvert \geq \lvert cx+d \rvert$ $\lvert ax+b \rvert \geq lx+m$ $\lvert ax+b \rvert \pm \lvert cx+d \rvert \geq k$. போன்ற சமனிலிகளின் தீர்வுத் தொடையை (i) அட்சரகணித முறையில் (ii) வரைபு முறையில் தீர்மானிப்பார். இங்கு $a,b,c.d \in \mathbb{R}$	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
27.1	1. நேர்கோடு ஒன்றின் படித்திறனை(சாய்வை) விளக்குவார். 2. நேர்கோடு ஒன்றின் சமன்பாட்டின் பல் வேறு வடிவங் களைப் பெறுவார்.	**நேர்கோடு** * இருபுள்ளிகள் (x_1, y_1), (x_2, y_2) என்பவற்றை இணைக்கும் நேர்கோட்டின் படித்திறன் (சாய்வு) $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ என வரையறுப்பார். இங்கு $x_1 \neq x_2$ * நேர்கோடு ஒன்று x அச்சின் நேர்த்திசை யுடன் ஆக்கும் கோணம் θ எனின் $m = \tan\theta$ என்பதை விளக்குக. * படித்திறன் m ஐ உடையதும் y அச்சில் வெட்டுத்துண்டு c ஐ உடையதுமான நேர் கோடு $y = mx + c$ * படித்திறன் m ஐ உடையதும், (x_1, y_1) எனும் புள்ளியினூடாகச் செல்வதுமான நேர்கோடு $y - y_1 = m\ (x - x_1)$ * (x_1, y_1), (x_2, y_2) எனும் புள்ளிகளினூடு செல்லும் நேர்கோடு $y - y_1 = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\ (x - x_1)\ [x_1 \neq x_2$ எனின்$]$ $x_1 = x_2$ எனின் நேர்கோடு $x = x_1$ ஆகும். * x, y அச்சுக்களில் முறையே a, b வெட்டுத் துண்டுகளை ஆக்கும் நேர்கோடு $bx + ay = ab$ * நேர்கோடு ஒன்றின் செங்குத்து வடிவம் $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$ ஆகும். இங்கு உற்பத்தியிலிருந்து வரையப்பட்ட செங்குத்தின் நீளம் p ஆகவும், α என்பது இச் செங்குத்து x அச்சின் நேர்த்திசையுடன் ஆக்கும் கோணமும் ஆகும். * பொது வடிவம் $ax + by + c = 0$	06

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
27.2	1. இரு நேர்கோடுகள் வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்பார். 2. சமன்பாட்டினைப் பெற்று அதனைப் பிரசினங்களுக்குப் பயன்படுத்துவார்.	* இரு ஏகபரிமாண ஒருங்கமை சமன்பாடு களைத் தீர்ப்பதன் மூலம், அவற்றிற்கு ஒத்த நேர்கோடுகள் வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறு களைக் காண்பார். * $a_1x+b_1y+c_1=0$ $a_2x+b_2y+c_2=0$ எனும் நேர்கோடுகள் வெட்டும் புள்ளியினூடாகச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $\lambda\ (a_1x+b_1y+c_1)\ +\ \mu(a_2x+b_2y+c_2)=0$ எனப் பெறுவார். இங்கு λ, μ பரமானங்கள் ஆகும்.	02
27.3	1. தரப்பட்ட ஒரு நேர் கோட்டைக் குறித்து இரு புள்ளிகளின் தானங்களை இனங் காண்பார்.	* $ax+by+c=0$ எனும் நேர்கோடும் (x_1, y_1) (x_2, y_2) எனும் இரு புள்ளிகளும் தரப்பட்டிருக்க $(ax_1+b\ y_1+c)\ (a\ x_2+b\ y_2+c) \lesseqgtr 0$ என்பதற்கேற்ப, புள்ளிகள் இரண்டும் நேர் கோட்டின் எதிர் பக்கங்களில் அல்லது ஒரே பக்கத்தில் இருக்கும் எனக் காட்டுக.	02
27.4	1. இரு நேர்கோடு களுக்கிடையிலான கோணத்தை வரை யறுப்பார். 2. இருநேர்கோடுகளுக் கிடையிலான கோணத்தைக் காண்பதற்கு சூத்திரம் ஒன்றைப் பெறுவார்.	* வெட்டும் இரு நேர்கோடுகளுக்கிடையில் இரு கோணங்கள் உண்டு எனக் கூறுக. பொதுவாக ஒன்று கூர்ங்கோணம், மற்றை யது விரிகோணம் ஆகும். $y=m_1x+c_1,\ y=m_2x+c_2$ என்பவற்றினால் தரப்படும் இரு நேர்கோடுகளுக்கிடை யிலான கூர்ங்கோணம் $\tan^{-1}\left\lvert\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right\rvert$ எனக்காட்டுக. இங்கு $m_1m_2 \neq -1$ படித்திறன் m_1, m_2 வையுடைய இரு நேர்கோடுகள்	02

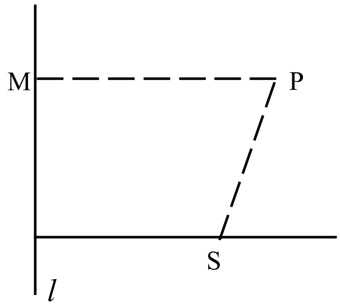
தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
		(i) சமாந்தரம் எனின், எனின் மட்டுமே $m_1 = m_2$ (ii) செங்குத்து எனின், எனின் மட்டுமே $m_1 m_2 = -1$ ஆகும்.	
27.5	1. நேர்கோடு ஒன்றின் பரமானச் சமன் பாட்டை எழுது வார்	நேர்கோடு ஒன்றின் பரமானச் சமன்பாடு $x = x_1 + rcos\theta$ $y = y_1 + r\sin\theta$ ஆகும் இங்கு $\mathrm{A} \equiv (x_1.y_1)$ நேர்கோட்டின் மீது தரப்பட்ட புள்ளியும், θ என்பது நேர்கோடு x அச்சின் நேர்த்திசையுடன் ஆக்கும் கோணமும் $\mathrm{AP} = \|r\|$ உம் $\mathrm{P}(x, y)$ உம் ஆகும். $ax + by + c = 0$ எனும் நேர்கோட்டின் பரமானச் சமன்பாடு $\frac{y - y_1}{a} = -\frac{(x - x_1)}{b} = t$ என்பதால் தரப்படும். இங்கு t பரமானம் ஆகும்.	10
	2. புள்ளி ஒன்றில் இருந்து நேர்கோடொன்றிற்கான செங்குத்துத் தூரத் தைக் காண்பார்.	(h, k) எனும் புள்ளியிலிருந்து $ax + by + c = 0$ இற்கான செங்குத்துத் தூரம் $\frac{\|ah + bk + c\|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ எனக் காட்டுக. $ax + by + c = 0,\ ax + by + d = 0$ எனும் இரு சமாந்தர கோடுகளுக்கிடையேயான தூரம் $\frac{\|c - d\|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ என உய்த்தறிக.	
	3. நேர்கோடொன்றின் மீது புள்ளி ஒன் றின் விம்பத்தைப் பெறுவார்.	$lx + my + n = 0$ எனும் நேர்கோட்டின் மீது புள்ளி (α, β) இன் விம்பம் $(\alpha + lt,\ \beta + mt)$ எனக் காட்டுக.	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
		இங்கு $t = \dfrac{-2(l\alpha + m\beta + n)}{l^2 + m^2}$ ஆகும்.	
	4. ஒன்றையொன்று வெட்டும் இரு நேர் கோடுகளுக்கிடையேயான கோணத்தின் இரு கூறாக்கிகளின் சமன்பாடுகளைப் பெறுவார்.	ஒன்றையொன்று வெட்டும் இரு நேர்கோடுகள் $a_1x + b_1y + c_1 = 0,\ a_2x + b_2y + c_2 = 0$ என்பவற்றுக்கிடையேயான கோணங்களின் இருகூறாக்கிகளின் சமன்பாடுகள் $\dfrac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \dfrac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$ எனக்காட்டுக.	
28.1	1. வட்டம் ஓர் ஒழுக்கு என வரையறுப்பார்.	**வட்டம்** தளம் ஒன்றில் நிலையான புள்ளி ஒன்றிலிருந்து மாறாத் தூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு வட்டம் என வரையறுக்கப்படும். நிலையான புள்ளி வட்டத்தின் மையம், மாறாத் தூரம் வட்டத்தின் ஆரை ஆகும்.	02
	2. வட்டம் ஒன்றின் சமன்பாட்டைப் பெறுவார்.	மையம் (a, b) ஆகவும் ஆரை r ஆகவும் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ ஆகும். மையம் உற்பத்தி ஆகும் போது வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2 + y^2 = r^2$ ஆகும்.	
	3. வட்டம் ஒன்றின் பொதுச் சமன் பாட்டை விளக்கு வார்.	வட்டம் ஒன்றின் பொதுச் சமன்பாடு $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ஆகும். மையம் $(-g, -f)$, ஆரை $= \sqrt{g^2 + f^2 - c}$ என்பவற்றைக் காட்டுக. $(g^2 + f^2 - c \geq 0)$	
	4. விட்டம் ஒன்றின் முனைப்புள்ளிகள் தரப்படுமிடத்து வட்டத்தின் சமன் பாட்டைக் காண்பார்	(x_1, y_1) , (x_2, y_2) என்பவற்றை விட்டம் ஒன்றின் முனைப்புள்ளிகளாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு $(x - x_1)\ (x - x_2) + (y - y_1)\ (y - y_2) = 0$ எனக் காட்டுக.	

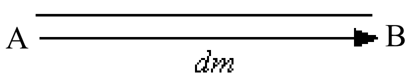
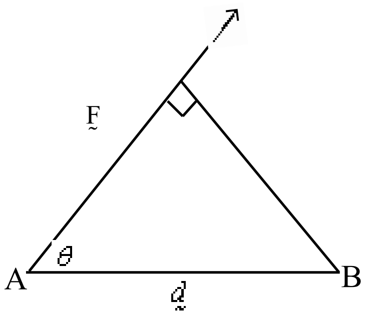
தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
28.2	வட்டம் ஒன்றைக் குறித்து புள்ளி ஒன்றின் நிலையை இனங்காண்பார்.	$S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ எனும் வட்டமும் $P(x_0, y_0)$ எனும் புள்ளியும் தரப்படுமிடத்து $x_0^2 + y_0^2 + 2gx_0 + 2fy_0 + c \lesseqgtr 0$ என்பதற்கேற்ப, புள்ளி P, வட்டத்தினுள் அல்லது வட்டத்தில் அல்லது வட்டத்திற்கு வெளியே இருக்கும் என விளக்குக.	01
28.3	வட்டம் ஒன்றைக் குறித்து நேர்கோட்டின் நிலையை ஆராய்வார்.	$S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, $U \equiv lx + my + n = 0$, என்பன முறையே வட்டம், நேர்கோடு என்பவற்றின் சமன்பாடுகள் ஆகுக. (i) $S = 0$, $U = 0$ என்பவற்றைத் தீர்த்துப் பெறப்படும் x அல்லது y யிலான இருபடிச் சமன்பாட்டின் பிரித்துக்காட்டியைக் கருதி. (ii) வட்டத்தின் ஆரையையும், மையத்திலிருந்து நேர்கோட்டுக்கான தூரத்தையும் கருதி (a) நேர்கோடு வட்டத்தை வெட்டும் (b) நேர்கோடு வட்டத்தை தொடும் (c) நேர்கோடு வட்டத்துக்கு வெளியே அமையும் ஆகிய வகைகளை கலந்துரையாடுக.	03
	2. வட்டத்தின் மேல் உள்ள புள்ளி ஒன்றில் அதற்கான தொடலியின் சமன்பாட்டைப் பெறுவார்.	$S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ எனும் வட்டத்திற்கு, அவ்வட்டத்தில் $P(x_0, y_0)$ எனும் புள்ளியில் தொடலியின் சமன்பாடு $xx_0 + yy_0 + g(x + x_0) + f(y + y_0) + c = 0$ எனக்காட்டுக.	
28.4	1. வட்டத்திற்கு வெளியே உள்ள புள்ளியிலிருந்து அவ்வட்டத்துக்கு வரையப்படும் தொடலியின் நீளத்தைக் காண்பார்.	என்பது வட்டமும் $P(x_0, y_0)$ என்பது வட்டத்திற்கு வெளியே உள்ள புள்ளியும் ஆகுக. P யிலிருந்து வட்டத்துக்கு வரையும் தொடலியின் நீளம் $\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + 2gx_0 + 2fy_0 + c}$ எனக் காட்டுக.	04

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	2. வட்டத்திற்கு வெளியே உள்ள புள்ளி ஒன்றி லிருந்து வட்டத் துக்கு வரையும் தொடலிகளின் சமன்பாட்டைக் காண்பார்.	வட்டத்துக்கு வெளியே உள்ள புள்ளி ஒன்றி லிருந்து வட்டத்துக்கு வரையும் தொடலிகளின் சமன்பாட்டைப் பெறுக.	
	3. தொடலிகளின் தொடுகை நாணின் சமன்பாட்டைப் பெறுவார்.	$S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ உம் $p \equiv (x_0, y_0)$ வட்டத்துக்கு வெளியே உள்ள ஒரு புள்ளியும் ஆகுக. P யிலிருந்து வட்டத்துக்கு வரையும் தொடலிகளின் தொடுகை நாணின் சமன்பாடு $xx_0 + yy_0 + g(x + x_0) + f(y + y_0) + c = 0$ எனக் காட்டுக.	
28.5	$S + \lambda u = 0$ எனும் சமன்பாட்டை விளக்குக.	$S = 0$ எனும் வட்டமும் $u = 0$ எனும் நேர் கோடும் வெட்டும் புள்ளிகளினூடாகச் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு $S + \lambda u = 0$ ஆல் குறிக்கப்படும் என விளக்குக. இங்கு λ ஒரு பரமானம் ஆகும்.	03
28.6	1. இரு வட்டங்களின் நிலைகளைத் தீர் மானிப்பதற்குரிய நிபந்தனைகளைக் கூறுவார்.	இரு வட்டங்களின் மையங்கள் C_1, C_2 உம் முறையே அவற்றின் ஆரைகள் r_1, r_2 உம் என்க. (i) வட்டங்கள் வெளிப்புறமாகத் தொடும் எனின் $C_1C_2 = r_1 + r_2$ (ii) வட்டங்கள் உட்புறமாகத் தொடும் எனின் எனின் $C_1C_2 = \lvert r_1 - r_2 \rvert$ (iii) இரு வட்டங்களும் வெட்டும் எனின் எனின் $\lvert r_1 - r_2 \rvert < C_1C_2 < r_1 + r_2$ (iv) வட்டம் ஒன்று மற்றையதுள் இருக்கும் எனின் $C_1C_2 < \lvert r_1 - r_2 \rvert$ (v) ஒவ்வொன்றும் மற்றையதற்கு வெளியே இருக்கும் எனின் $C_1C_2 > r_1 + r_2$ ஆகும்.	10

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	2. இரு வட்டங்கள் நிமிர் கோணத்தில் வெட்டுவதற்கான நிபந்தனையைப் பெறுவார்.	* ஒன்றையொன்று வெட்டும் இரு வட்டங் களுக்கிடையேயான கோணத்தை வரை யறுப்பார். * $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ $S^1 \equiv x^2 + y^2 + 2g^1x + 2f^1y + c^1 = 0$ ஆகிய இரு வட்டங்களும் நிமிர் கோணத்தில் வெட்டும் எனின் $2gg^1 + 2ff^1 = c + c^1$ எனக் காட்டுக.	
	3. பொதுத் தொடலி களின் சமன்பாட் டைக் காண்பார்.	* $S = 0$, $S^1 = 0$ ஆகிய இரு வட்டங்களும் தொடும் தொடுகைப் புள்ளியில் பொதுத் தொடலியின் சமன்பாடு $S - S^1 = 0$ எனக் காட்டுக. * இரு வட்டங்களின் பொதுத் தொடலிகளின் சமன்பாடுகளைப் பெறுக.	
28.7	$S + \lambda s^1 = 0$ எனும் சமன் பாட்டை விபரிக்க.	$S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ $S^1 \equiv x^2 + y^2 + 2g^1x + 2f^1y + c^1 = 0$ என்பன இரு வட்டங்களின் சமன்பாடுகள் ஆகுக. $S + \lambda s^1 = 0$, λ ஒரு பரமானம் ஆகும். (a) இரு வட்டங்களும் வெட்டுகிறது எனவும் $\lambda \neq -1$ எனவும் இருப்பின் $S + \lambda S^1 = 0$ என்பது $S = 0$, $S^1 = 0$ என்னும் வட்டங்கள் வெட்டும் புள்ளிகளினூடு செல்லும் வட்டங்களின் சமன்பாட்டைக் குறிக்கும். இரு வட்டங்களும் வெட்டுகிறது எனவும் $\lambda = -1$ எனவும் இருப்பின் $S + \lambda S^1 = 0$ வெட்டும் வட்டங்களின் பொது நாணைக் குறிக்கும். (b) இரு வட்டங்களும் தொடுகிறது எனவும் $\lambda \neq -1$ எனவும் இருப்பின் $S + \lambda S^1 = 0$ இரு வட்டங்களும் தொடும் தொடுகைப் புள்ளியினூடு செல்லும் வட்டங்களைக் குறிக்கும்.	02

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
		இரு வட்டங்களும் தொடுகிறது எனவும் $\lambda = -1$ எனவும் இருப்பின் $S + \lambda S^1 = 0$ தொடுகைப் புள்ளியில் பொதுத் தொடலியைக் குறிக்கும்.	
29	1. கூம்பு வளையியை புள்ளி ஒன்றின் ஒழுக்கு என வரையறுப்பார்.	**கூம்பு வளையி** தளம் ஒன்றில் இயங்கும் புள்ளி ஒன்று, **நிலையான புள்ளி** ஒன்றிலிருந்து அதன் தூரம் எப்போதும் இயங்கும் புள்ளிக்கும் **நிலையான கோடு** ஒன்றிற்குமிடையேயுள்ள தூரத்திற்கு **மாறா விகிதத்திலிருக்குமாறு** இயங்கினால், இயங்கும் புள்ளியின் ஒழுக்கு கூம்பு வளையி எனப்படும்.  S நிலையான புள்ளி. l நிலையான கோடு PM, l இற்கு செங்குத்து. $\frac{SP}{PM} =$ ஒருமையாகுமாறு P இயங்கினால் P யின் ஒழுக்கு கூம்புவளையியாகும். நிலையான புள்ளி, குவியம் எனப்படும் நிலையான கோடு, செலுத்தலி எனப்படும் மாறா விகிதம், மையவகற்சித்திறன் (e) எனப்படும். $0 < e < 1$ எனின், கூம்பு வளையி நீள் வளையம் ஆகும். $e = 1$ எனின், கூம்பு வளையி பரவளைவு ஆகும். $e > 1$ எனின், கூம்பு வளையி அதிபர வளைவு ஆகும்.	03

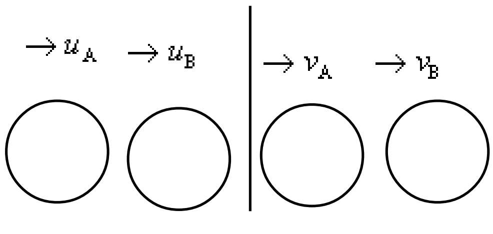
தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	2. கூம்பு வளையிகளின் சமன்பாடுகளைப் பெறுவார்.	பின்வரும் சமன்பாடுகளைப் பெறுக $y^2 = 4ax$ பரவளைவினைக் குறிக்கும். $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,\ b^2 = a^2\left(1 - e^2\right)$ நீள்வளையத்தைக் குறிக்கும். $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1,\ b^2 = a^2\left(e^2 - 1\right)$ அதிபரவளைவைக் குறிக்கும். ஒவ்வொரு கூம்பு வளையியினதும் குவியத்தின் ஆள்கூறு, செலுத்தலியின் சமன்பாடு, அதிபரவளைவின் அணுகு கோடுகள் என்பவை பற்றி கலந்துரையாடுக. $b = a$ ஆகும்போது அதிபரவளைவின் சமன்பாடு $x^2 - y^2 = a^2$ ஆகும். செவ்வக அதிபரவளைவின் நியமவடிவம் $xy = c^2$	

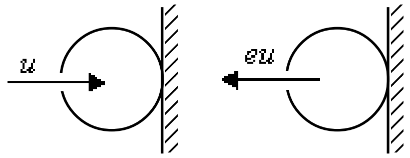
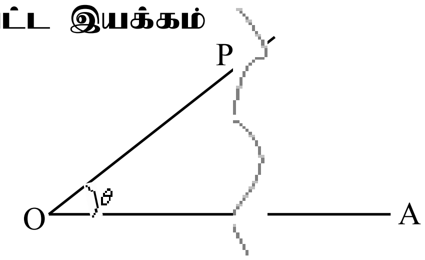
தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
3.10	1. வேலையின் எண்ணக்கருவை விளக்குவார். 2. ஒருமை விசை யொன்றினால் செய்யப்படும் வேலையையும், அதன் அலகையும் வரையறுப்பார்.	**சக்தி, வேலை** * "விசை ஒன்றின் தாக்கத்தின் கீழ், விசையின் பிரயோகப் புள்ளி அசையும் எனின் விசை வேலை செய்கின்றது எனப்படும்." என்ற கருத்தை விளக்குக. * மாறாவிசையினதும், விசையின் திசையில் விசைகளின் பிரயோகப் புள்ளி அசைந்த தூரத்தினதும் பெருக்கமாக வேலை வரையறுக்கப்படும். $\rightarrow$ FN  செய்யப்பட்ட வேலை $FdNm$ $F = FdJ$  செய்யப்பட்ட வேலை $= Fd\cos\theta\ J$ $= \underline{F} \cdot \underline{d}$ விசையின் அலகு நியூட்டன் (N) ஆகவும், தூரம் மீற்றர் (m) ஆகவும் இருக்க வேலையின் அலகு நியூட்டன் மீற்றர் (Nm) ஆகும். இது யூல் (J) எனப்படும். பரிமாணம் ML^2T^{-2}	08

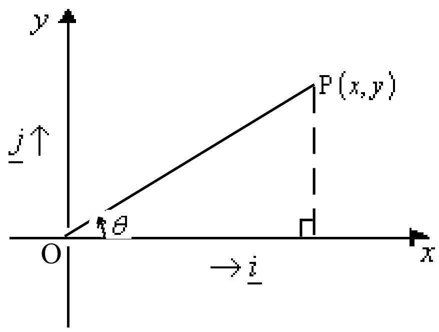
தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	3. சக்தியை விபரிப்பார்	* ஒரு பொருளின் சக்தி வேலை செய்வதற்கான அதன் வல்லமை ஆகும் வேலையின் அலகு யூல் ஆகும். $1kJ = 1000J$ குறிப்பு : வேலை, சக்தி இரண்டும் எண்ணிக் கணியங்கள் ஆகும். வேலை, சக்தி இரண்டும் தம்முள் மாற்றப் படக்கூடியவை. சக்தியின் அலகு, பரிமாணம், வேலையை ஒத்தது ஆகும்.	
	4. பொறிமுறை சக்தியை விபரிப்பார்.	* பொறிமுறை சக்தியை மட்டும் நாம் இங்கு கையாள்கிறோம் (வெப்பம், ஒலி, ஒளி, மின்சக்தி தவிர்ந்த) என்பதைக் கூறுக. பொறிமுறை சக்தி பிரதானமாக இரு வகைப்படும். (i) இயக்க சக்தி (ii) அழுத்த சக்தி	
	5. இயக்க சக்தியை வரையறுப்பார்.	* ஒரு பொருள் தனது இயக்கம் காரணமாக வேலை செயவதற்கான வல்லமையைப் பெறுகிறது. இப்பொருள் ஓய்வுக்கு வருமுன் செய்யப்படும் வேலையின் அளவைக் கொண்டு இயக்க சக்தி அளக்கப்படும். பொருளின் திணிவு m ஆகவும், அதன் வேகம் ஆகவுமிருக்க, இயக்கசக்தி $= \frac{1}{2}mv^2$ எனப்பெறுக. * செய்யப்பட்ட வேலை = இயக்க சக்தி மாற்றம் என்பதை விளக்குக.	
	6. அழுத்த சக்தியை வரையறுப்பார்.	அழுத்த சக்தி என்பது அதன் நிலை காரணமாக அது கொண்டுள்ள சக்தியாகும். பொருள் ஒன்று உண்மை நிலையிலிருந்து நியம நிலைக்கு இயங்குகையில் செய்யப்படும் வேலையின் மூலம் அளக்கப்படும்.	

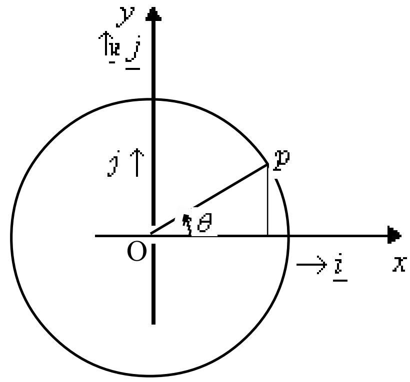
தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	7. ஈர்வையிலான அழுத்த சக்தியை வரையறுப்பார். 8. மீள்தன்மை அழுத்த சக்தியை விளக்குவார். 9. காப்பு விசைகளை விளக்குவார். 10. பொறிமுறை சக்திக் காப்பு விசையை விளக்கி, பிரசினம் தீர்ப்பதில் பயன் படுத்துவார்.	* m திணிவுடைய பொருள் ஒன்று நிலைக் குத்து உயரம் h இனூடு உயர்த்தப்படும் போது செய்யப்படும் வேலை mgh, ஈர்வை யிலான அழுத்த சக்தி என வரையறுக் கப்படும். * ஈர்க்கப்பட்ட மீள்தன்மை இழை, ஈர்க்கப் பட்ட விற்சுருள் அல்லது ஒடுக்கப்பட்ட விற்சுருள் என்பவற்றில் உள்ள பண்பு மீள்தன்மை அழுத்த சக்தி ஆகும். a இயற்கை நீளமும் λ மீள்தன்மை மட்டும் உடைய மீள்தன்மை இழை ஒன்று x நீளம் நீட்சியடைந்திருக்கும் போது அதில் சேமிக்கப்பட்டுள்ள மீள்தன்மை அழுத்த சக்தியின் அளவு இந்நீட்சியை ஏற்படுத்தச் செய்யப்படும் வேலையின் அளவுக்கு சமம் என வரையறுக்கப்படும். மீள்தன்மை அழுத்த சக்தி $=\frac{1}{2}\frac{\lambda x^2}{a}$ எனப்பெறுக. நீட்சி, ஒடுக்கம் என்பவற்றில் மீள்தன்மை அழுத்த சக்தி எப்போதும் நேரானது. “ விசை ஒன்று வேலை செய்யும் போது செய்யப்படும் வேலை அதன் பாதையில் தங்கியிருக்காது” - இப்பண்பைக் கொண்டுள்ள விசைகள் காப்பு விசைகள் எனப்படும். (உதாரணம் - நிறை) * காப்பு விசைத் தொகுதி ஒன்றின் தாக்கத் தின் கீழ் இயங்கும் ஒரு தொகுதி துணிக் கைகளின் பொறிமுறைசக்தி ஒருமை யாகும். அதாவது இயக்க சக்தியினதும் அழுத்த சக்தியினதும் கூட்டுத்தொகை ஒருமை யாகும். * பொறிமுறை சக்திக்காப்பு தத்துவத்தின் பிரயோகம்	02

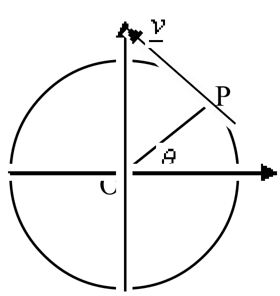
தேர்ச்சி	கற்றல் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
3.11	1. வலுவையும் அதன் அலகையும் வரை யறுப்பார். 2. உஞற்று விசையை விளக்குவார்.	**வலு** * வேலை செய்யும் வீதம் வலு எனப்படும். * வலுவின் அலகு யூல் / செக்கன் ஆகும் $\left(Js^{-1}\right)$ இது வாற்று $\left(W\right)$ எனப்படும். பரிமாணம் ML^2T^{-3} * வாகனத்தின் இயந்திரம் ஒன்றினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் விசை உஞற்றும் விசை எனப்படும். * உஞற்றும் விசை, வேகம், வலு என்பவற்றுக்கிடையேயான தொடர்பு. F நியூற்றன் விசை, விசையின் திசையில் V மீற்றர் / செக்கன் உடன் இயங்கினால், வலு $P=FV$ ஆகும். (P இன் அலகு வாற்று ஆகும்) * வேலை, சக்தி, வலுவில் பிரசினங்கள் தீர்க்க மாணவருக்கு வழிகாட்டுக.	07
3.12	1. கணத்தாக்கத்தினை விளக்குவார். 2. கணத்தாக்கின் அலகு பரிமாணம் என்பவற்றைக் கூறுவார். 3. நீட்டல் உந்தக் காப்புத் தத்து வத்தைக் கூறுவார்.	**கணத்தாக்கு** ஒருமை விசை $\underset{\sim}{F}$ இன் கணத்தாக்கு $\underset{\sim}{I}$ விசை $\underset{\sim}{F}$ இனதும் நேரம் δt இனதும் பெருக்கமாக வரையறுக்கப்படும். $\underset{\sim}{I} = \underset{\sim}{F}\delta t$ இதிலிருந்து $\underset{\sim}{I} = m(\underset{\sim}{v} - \underset{\sim}{u})$ எனப் பெறுக. இங்கு m துணிக்கையின் திணிவு ஆகும். $\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ ஆகும். * கணத்தாக்கின் அலகு Ns பரிமாணம் MLT^{-1} * கணத்தாக்கு ஒரு காவி என்பதால் $\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ என்ற சூத்திரத்தைப் பிரயோகிக்கும் போது விசை, வேகம் என்பவற்றின் திசைகளை கருத்தில் கொள்ள வேண்டும். ஒரு தொகுதித் துணிக்கை மீது தாக்கும் வெளி விசைகளின் காவிக் கூட்டல் பூச்சியமாகவோ அல்லது குறித்த ஒரு திசையில் வெளி விசைகள் தாக்காவிடின் தொகுதியின் மொத்த உந்தம் அத்திசையில் மாறாது.	08

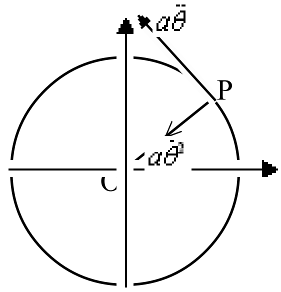
தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	4. கணத்தாக்கின் காரணமான இயக்க சக்தி மாற்றத்தைக் காண்பார்.	* கணத்தாக்கினால் ஏற்படும் இயக்க சக்தி மாற்றம் $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$ எனக் கூறுக. $\Delta E = \frac{1}{2}m\ \left(v^2 - u^2\right) = \frac{1}{2}\underline{I}\ \text{-}\ (v + u)$ * கணத்தாக்கு சம்பந்தப்பட்ட பிரசினங்களைத் தீர்க்க	
3.13	1. நேரடி மொத்தலை விளக்குவார்.	**நேரடி மொத்தல்** * மொத்தலுக்கு சற்றுமுன் கோளங்களின் வேகங்களின் திசைகள், மொத்தலின் போது மையங்களை இணைக்கும் கோட்டின் வழியே இருப்பின் இது நேரடி மொத்தல் எனப்படும்.	15
	2. நியூற்றனின் மீளமைவு விதியைக் கூறுவார்.	* இரு பொருட்களினதும் நேரடி மொத்தலின் போது, அவ்விரண்டினதும் (மையமிணை கோட்டின் வழியேயான) மோர்துகையின் பின்னரான ஒன்றையொன்று விட்டுப் பிரியும் தொடர்பு வேகத்திற்கும், மோதுகையின் முன்னரான ஒன்றையொன்று அணுகும் தொடர்பு வேகத்திற்கும் உள்ள விகிதம் ஒரு மாறிலியாகும்.	
	3. மீளமைவுக் குணகத்தை வரையறுப்பார்.	* இம்மாறாவிகிதம், மீளமைவுக் குணகம் என வரையறுக்கப்படும். மீளமைவுக் குணகம் e ஆல் குறிக்கப்படும்.  $v_B - v_A = e\left(u_A - u_B\right)$ மாறிலி e, பொருட்கள் ஆக்கப்பட்ட திரவியத்தில் மட்டும் தங்கியிருக்கும். $0 \leq e \leq 1$ $e = 1$ எனின் பொருட்கள் பூரண மீள்தன்மை யுடையவை எனப்படும். $e = 0$ எனின் பொருட்கள் மீள்தன்மை யற்றவை எனப்படும்.	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	4. நிலைத்த தளம் ஒன்றின் மீது கோளத்தின் நேரடி மோதுகையை விபரிப்பார்.	 மோதுகையின் முன் மோதுகையின் பின் மோதுகையின் பின்னரான வேகம் $= e$ (மோதுகையின் முன்னரான வேகம்) ஆகவும் திசை எதிராகவும் இருக்கும்.	
	5. இயக்க சக்தி நட்டத்தைக் கணிப்பார்	* m_1, m_2 திணிவும் சம ஆரையும் கொண்ட இரு ஒப்பமான கோளங்கள் நேரடியாக மோதும் போது ஏற்படும் சக்தி நட்டம் $\Delta E = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)}(1 - e^2)v^2$ ஆகும். இங்கு v மொத்தலுக்கு சற்றுமுன் அவற்றின் தொடர்பு வேகமும், e மீளமைவுக் குணகமும் ஆகும். $e = 1$ எனின் $\Delta E = 0$ ஆகும்.	
3.14	1. தளம் ஒன்றில் இயங்கும் துணிக்கை ஒன்றின் கோண வேகம், கோண ஆர்முடுகல் என்பவற்றை வரையறுப்பார்.	**வட்ட இயக்கம்**  O என்பது ஒரு நிலையான புள்ளி OA என்பது ஒரு நிலையான நேர்கோடு ஆகுக. துணிக்கை P, OA ஐக் கொண்ட தளத்திலே இயங்குகின்றது என்க. O வைக் குறித்து P யின் கோண வேகம் கோணம் POA அதிகரிக்கும் வீதம் என வரையறுக்கப்படும். இது $w = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$ எனக் குறிக்கப்படும் கோணவேகத்தின் அலகு rad/s ஆகும்.	10

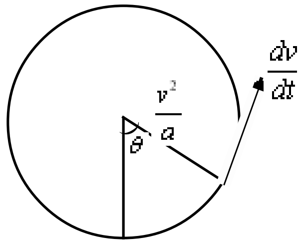
தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	2. முனைவாள் கூறிற்கும் தெக்காட்டின் ஆள்கூறிற்குமிடையேயான தொடர்பை எழுதி காவிச் செய்கைகளைக் கையாள்வார்.	கோண ஆர்முடுகல், கோணவேகத்தில் ஏற்படும் அதிகரிப்பு வீதம் என வரையறுக்கப்படும். கோண ஆர்முடுகல் $\frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ ஆகும். மேலும் $\frac{d\dot{\theta}}{dt} = \ddot{\theta}$ எனவும் குறிக்கப்படும். கோண ஆர்முடுகலின் அலகு rad/s^2 ஆகும்.  $P \equiv (a, \theta)$ என்க. $P \equiv (a\cos\theta, a\sin\theta)$ $\overrightarrow{OP} = a\cos\theta\,\underline{i} + a\sin\theta\,\underline{j}$ $= a\left[\cos\theta\,\underline{i} + \sin\theta\,\underline{j}\right]$ $\overrightarrow{OP}$ வழியேயான அலகுக்காவி $\underline{l}$ என்க $\underline{l} = \cos\theta\,\underline{i} + \sin\theta\,\underline{j}$ ஆகும் $\frac{d\underline{l}}{dt} = \dot{\theta}\underline{m}$ எனக் காட்டுக. இங்கு $\lvert\underline{m}\rvert = 1, \underline{m}, \underline{l}$ இற்கு செங்குத்து எனவும் காட்டுக.	

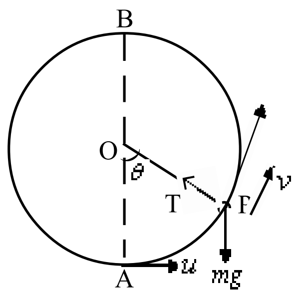
<table>
<tr><th>தேர்ச்சி</th><th>கற்றற் பேறுகள்</th><th>பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்</th><th>பாட வேளைகள்</th></tr>
<tr><td></td><td>3. வட்டம் ஒன்றில் இயங்கும் துணிக்கை ஒன்றின் வேகம், ஆர்முடுகல் என்பவற்றைக் காண்பார்.</td><td>


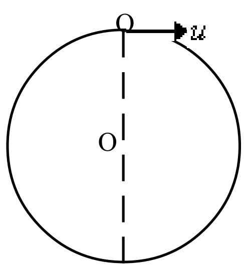
துணிக்கை P, O வை மையமாகவுடைய வட்டத்தில் இயங்குகிறது. $OP = a$ என்க.
$\overrightarrow{OP} = \underline{r} = a\left[\cos\theta\,\underline{i} + \sin\theta\,\underline{j}\right]$
$= a\underline{l}$
வேகம் $\underline{v} = \dfrac{d\underline{r}}{dt}$ $a\dot{\theta}\underline{M}$ எனவும்
ஆர்முடுகல் $\underline{f} = -a\dot{\theta}^2\underline{l} + a\ddot{\theta}\,\underline{m}$ எனவும் காட்டி விடைகளை விளக்குக.


வேகம்


ஆர்முடுகல்
வேகம் $\underline{v}$, P யில் தொடலி வழியே $a\dot{\theta}$
ஆர்முடுகல்:
(i) மையத்தை நோக்கிய கூறு $a\dot{\theta}^2$
(ii) தொடலி வழியேயான கூறு $a\ddot{\theta}$
</td><td></td></tr>
</table>

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	4. வட்டம் ஒன்றில் சீரான கதியுடன் இயங்கும் துணிக்கை ஒன்றின் வேகம், ஆர்முடுகல் என்பவற்றைக் கூறுவார்.	வேகம் $a\dot{\theta}$ தொடலி வழியே இருக்கும். கதி சீரானது என்பதால் $a\dot{\theta}$ ஒருமையாகும். $a\dot{\theta}$ ஒருமையெனின் $\dot{\theta}$ ஒருமையாகும். எனவே $\ddot{\theta}$ பூச்சியம் ஆகும். வேகம் $v = a\dot{\theta} = a\omega$	
	5. கிடை வட்டம் ஒன்றில் சீர்க்கதி யுடன் இயங்கும் துணிக்கை ஒன்றின் மீது தொழிற்படும் விசையின் பருமனையும் திசையையும் காண்பார்.	ஆர்முடுகல் மையத்தை நோக்கி $a\dot{\theta}^2 = a\omega^2 = \dfrac{v^2}{a}$ ஆகும். துணிக்கை சீரான கதியுடன் இயங்குவதால், ஆர்முடுகல் மையத்தை நோக்கி இருக்கும், விசையும் மையத்தை நோக்கித் தொழிற்படும் இவ்விசை மையநாட்ட விசை எனப்படும்.	
	6. கிடைவட்ட இயக்கம் சம்பந்தமான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.	கூம்பூசல் உட்பட, கிடைவட்ட இயக்கம் சம்பந்தமான பிரசினங்களைத் தீர்க்க மாணவரை வழிப்படுத்துக.	
3.15	1. நிலைக்குத்து வட்ட இயக்கத்தை விபரிப்பார்.	a ஆரையுடைய நிலைக்குத்து வட்டம் ஒன்றில் மாறும் கதி v உடன் துணிக்கை ஒன்று இயங்கும் போது, துணிக்கையின் ஆர்முடுகலின் மையத்தை நோக்கிய கூறு $\dfrac{v^2}{a}$ ஆகவும் இருக்கும். $\dfrac{v^2}{a} = a\dot{\theta}^2$ $\dfrac{dv}{dt} = a\ddot{\theta}$  ஆர்முடுகல்	10

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	2. ஒப்பமான நிலைக் குத்து வட்டக்கம்பி ஒன்றில் கோர்க்கப் பட்ட/ நிலைத்த ஒப்பமான நிலைக் குத்தாகவுள்ள வட்டக்குழாய் ஒன்றினுள் இயங் கும் துணிக்கை ஒன்றின் இயக்கம் பற்றி விபரிப்பார்.	* வட்டப்பாதைக்கு மட்டுப்படுத்தப்பட்ட துணிக் கையின் இயக்கம். துணிக்கையின் மீது தொழிற்படும் வெளிவிசை **மறுதாக்கம்** மட்டுமே என்பது பற்றிக் கூறுக. மறுதாக்கம் இயக்கத்திசைக்கு செங்குத்தாக இருப்பதால் அது வேலை செய்யவில்லை. (i) சக்திக்காப்பு விதியைப் பிரயோகிக்க முடியும். (ii) $\underline{F} = m\underline{a}$ ஐ ஆரையின் திசையில் பிரயோகிப்பதன் மூலம் R ஐக் காண முடியும் என்பது பற்றி விளக்குக. துணிக்கை கம்பியை விட்டு நீங்க முடியாது என்பதால் அது பூரண வட்டத்தில் இயங்கு வதற்குத் தேவையான நிபந்தனை அதி உயர் புள்ளியில் துணிக்கையின் வேகம் பூச்சி யத்தை விடப் பெரிதாக இருக்க வேண்டும் என்பது ஆகும். அதிதாழ் புள்ளியில் துணிக்கையீன் வேகம் u என்க. (i) $u^2 > 4ag$ எனின், துணிக்கை பூரண வட்டத்தில் இயங்கும். (ii) $u^2 < 4ag$ எனின், துணிக்கை அதி உயர் புள்ளியை அடையுமுன் கண நிலை ஓய்வையடைந்து பின்தொடரும் இயக்கத்தில் அலையும்.	
	3. ஒரு நிலையான புள்ளியிலிருந்து தொங்கும் மெல் லிய நீளாஇழைக்கு இணைக்கப்பட்ட துணிக்கை ஒன்று நிலைக்குத்து வட்டத்தில் இயங்கு வதற்கான நிபந் தனையைக் காண் பார்.	 இழையின் நீளம் a அதிதாழ் புள்ளியில், கிடைத் திசையில் துணிக்கை m இன் வேகம் u என்க. இழை θ கோணத்தினூடு திரும்பியதும் துணிக்கையின் வேகம் v உம், இழையின் இழுவை T எனவும் கொள்க.	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	4. நிலைத்த கோளம் ஒன்றின் வெளிமேற் பரப்பின் நிலைக் குத்து பெரிய வட்டத்தில் துணிக்கை ஒன்றின் இயக்கத்தை ஆராய்வார்.	சக்திக்காப்பு விதியையும், ஆரையின் திசையில் $\underline{F} = m\underline{a}$ ஐயும் பாவித்து $v^2 = u^2 - 2ag(1-\cos\theta)$ $T = \frac{m}{a}\left[u^2 - 2ag + 3ag\cos\theta\right]$ எனப் பெறுக. பின்வருவனவற்றைக் கலந்துரையாடுக. (i) $u^2 \le 2ag$ எனின் இழை எப்போதும் இறுக்கமாக இருக்கும் துணிக்கை O வின் மட்டத்திற்கு கீழே அலையும். (ii) $2ag < u^2 < 5ag$ என்க. இங்கு வேகம் v பூச்சியமாகுமுன் T பூச்சியமாகும். $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ இல் இழை தொய்யும். இழை தொய்வடைந்ததும், துணிக்கையின் மீது தாக்கும் விசை அதன் நிறை மட்டும் என்பதால், இயக்கம் எறியத்தின் இயக்க மாகத் தொடரும். (iii) $u^2 \ge 5ag$ துணிக்கை பூரண வட்டத்தில் இயங்கும். குறிப்பு: ஒப்பமான கோளமொன் றின் உட்புறத்தில் நிலைக்குத்து வட்டத்தின் வழியே இயங்கும் துணிக்கை ஒன்றின் இயக்கமும் மேலே தரப்பட்ட இயக்கத்தை ஒத்தது ஆகும்.  கோளத்தின் மையம் O எனவும் அதன் ஆரை a எனவும் கொள்க. ஒப்பமான கோளத்தின் அதியுயர் புள்ளியிலிருந்து துணிக்கை ஒன்று கிடைத்திசையில் வேகம் u உடன் எறியப்படு கிறது. இயக்கத்தைப் பற்றி கலந்துரையாடி	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
		(i) $u^2 \geq ag$ எனின், துணிக்கை எறியற் புள்ளியிலேயே (அதி உயர் புள்ளியில்) கோளத்தை விட்டு நீங்கும் எனவும் (ii) $u^2 < ag$ எனின், துணிக்கையினூடான ஆரை மேனோக்கிய நிலைக்குத்துடன் α கோணத்தை ஆக்கும் போது துணிக்கை கோளத்தை விட்டு நீங்கும் எனவும் இங்கு $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{u^2 + 2ag}{3ag}\right)$ காட்டுக. நிலைக்குத்து வட்டத்தில் இயக்கம் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்க்க.	

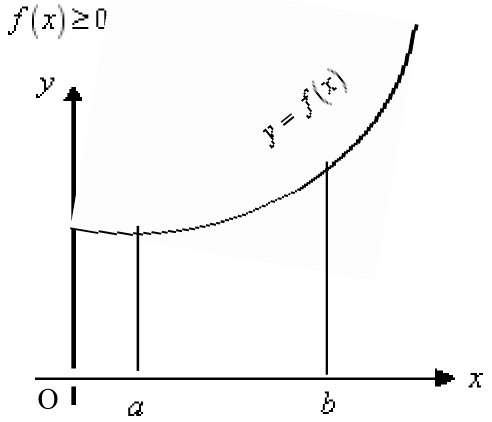
jtiz-2

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
25.1	1. பெறுதி முரண் வகையீட்டின் புறமாற்றுச் செய்முறை என வரையறுப்பார்.	**தொகையீடு** $\frac{d}{dx}[F(x)] = f(x)$ எனின் $F(x)$ என்பது $f(x)$ இன் பெறுதி முரண் எனப்படும்.	03
	2. ஆயிடை ஒன்றின் சார்பு ஒன்றின் ஏதாவது பெறுதி முரண்கள் இரண்டு மாறிலி ஒன்றினால் வித்தியாசப்படும் என்பதை விளக்குவார்.	சார்பு ஒன்றின் பெறுதிமுரண் ஒரு தனியானது அல்ல. இது மாறிலி ஒன்றினால் வேறுபடும்.	
	3. வரையறாத தொகையீட்டை, எல்லா பெறுதி முரண்களின் கூட்டமாக வரையறுப்பார்.	$\frac{d}{dx}[F(x)] = f(x)$ எனின் $\int f(x)dx = F(x) + c$ என எழுதுவோம். இங்கு c ஓர் எதேச்சை மாறிலியாகும்.	
	4. வரையறாத தொகையீட்டின் நியம வடிவங்களை இனங்காண்பார்.	1. (a) $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{x+1} + c ; n \neq -1$ (b) $\int \frac{1}{x} dx = \ln\lvert x \rvert + c, \quad x \neq 0$ (c) $\int e^x dx = e^x + c$ 2. (a) $\int \sin \; dx = -\cos x + c$ (b) $\int \cos x \; dx = \sin x + c$ (c) $\int \sec^2 x dx = \tan x + c$ (d) $\int \mathrm{cosec}^2 x dx = -\cot x + c$ (e) $\int \sec x \; \tan x \; dx = \sec x + c$ (f) $\int \cot x \, \mathrm{cosec} x \; dx = -\mathrm{cosec} x + c$	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
		3.(a) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sin^{-1}\frac{x}{a} + c,$ $(-a < x < a)$ (b) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a} + c$ $(a \neq 0)$	
	5. வரையறாத தொகையீடுகளின் நியம வடிவங்களில் x இற்குப் பதிலாக உள்ள போது தொகையீடுகளை விளக்குவார்.	$\int f(x)dx = g(x) + c$, எனின் $\int f(px+q)dx = \frac{1}{p}g(px+q) + c$ ஆகும்; இங்கு $p \neq 0$	
25.2	1. தொகையீட்டின் அடிப்படை விதிகளைக் கூறி விளக்குவார்.	f , g என்பன x, இன் சார்புகளாகவும் k ஒரு மாறிலியாகவுமிருக்க 1. $\int k.f(x)dx = k\int f(x)dx$ 2. $\int[f(x)+g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$	03
25.3	1. வரையறுத்த தொகையீட்டை நுண்கணிதத்தின் அடிப்படை தேற்றத் தைப் பயன்படுத்தி வரையறுத்து வரை யறுத்த தொகையீடு களைக் கணிப் பதற்கு அவற்றைப் பயன்படுத்துவார்	$\phi(x)$ என்பது $f(x)$ என்ற சார்பின் பெறுதி முரண் எனின் $\int_a^b f(x)dx = [\phi(x)]_a^b = \phi(b) - \phi(a)$ ஆகும்.	02
	2. வரையறுத்த தொகையீட்டின் அடிப்படைப் பண்பு களைக் கூறுவார்.	(i) $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$ (ii) $\int_a^b k f(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$	

தேர்ச்சி	கற்றந் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
		(iii) $\int_a^b \{f(x)+g(x)dx\} = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$ (iv) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ $a < c < b$ (v) $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ *(v)* இன் நிறுவல் தேவையாகும)	
25.4	1. விகிதமுறு சார்பு ஒன்றின் தொகுதி, பகுதியின் வகை யீடாக இருக்க, அதனைத் தொகை யிடுவார். 2. விகிதமுறு சார்பு களை பகுதிப் பின்னங்களைப் பயன்படுத்தித் தொகையிடுவார்.	$\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = \ln\lvert f(x)\rvert + c$ (இங்கு $f'(x)$ ஆனது $f(x)$ இன் பெறுதி ஆகும்) $\int \frac{\mathrm{P}(x)}{\mathrm{Q}(x)}dx$ இங்கு $\mathrm{Q}(x)$ பல்லுறுப்பியின்படி ≤ 4 உம் காரணியாக்கப்படக்கூடியதும் ஆகும்.	05
25.5	திரிகோணகணித சார்புகளைத் தொகையிடுவார்.	கீழ்வரும் தொகையீடுகளைக் காண்பதற்கு, திரி கோணகணித சர்வ சமன்பாடுகளை உபயோகிப் பார். $\int \tan x\, dx,\ \int \cot x\, dx,\ \int \sec x\, dx$ $\int \operatorname{cosec} x\, dx,\ \int \sin^2 x\, dx,\ \int \cos^2 x\, dx$ $\int \tan^2 x\, dx,\ \int \cot^2 x\, dx$ $\int \sin^3 x\, dx,\ \int \cos^3 x\, dx,\ \int \sin mx \cos nx\, dx$ $\int \cos mx\ \cos nx\, dx,\ \int \sin mx\ \sin nx\, dx$	03
25.6	பிரதியீட்டு முறை மூலம் தொகையிடு வார்.	பொருத்தமான பிரதியீடுகளைப் பயன்படுத்தித் தொகையிடுக. (i) $\int \sin^m x\, dx$ (m ஒற்றை எண்) பிரதியீடு $t = \cos x$	04

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
		(ii) $\int \cos^m x\, dx$ (m ஒற்றை) பிரதியீடு $t = \sin x$ (iii) $\int \sin^m x \cos^n x\, dx$ m, n நேர்நிறையெண்கள் m ஒற்றை எனின் $t = \cos x$ n ஒற்றை எனின் $t = \sin x$ எனப் பிரதியீடுக (iv) $\int \frac{dx}{a\cos x + b\sin x + c}$ பிரதியீடு : $t = \tan \frac{x}{2}$ $\int \frac{dx}{a\cos^2 x + b\sin^2 x + c}$ பிரதியீடு $t = \tan x$ (v) $\int \sqrt{a^2 - x^2}\, dx$ பிரதியீடு $x = a\sin\theta$ or $a\cos\theta$ (vi) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}}$ பிரதியீடு $x = a\tan\theta$ (vii) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}}$ பிரதியீடு $x = a\sec 0$ (viii) $\int \frac{dx}{(px+q)\sqrt{ax+b}}$ பிரதியீடு $t = \sqrt{ax+b}$ (ix) $\int \frac{dx}{(px+q)\sqrt{ax^2+bx+c}}$ பிரதியீடு $px + q = \frac{1}{t}$ இத்துடன் மற்றைய பிரதியீடுகளும்	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
25.7	1. பகுதிகளாகத் தொகையிடும் முறையை பாவித்துத் தொகையிடுவார்.	$u(x)$, $v(x)$ என்பன வகையிடத்தக்க சார்புகளாயிருக்க $\int u\left(\frac{dv}{dx}\right)dx = uv - \int v\left(\frac{du}{dx}\right)dx$ என்பதைப் பெறுக. பகுதிகளாகத் தொகையிடும் முறையைப் பாவிக்கும் பிரசினங்கள்.	05
25.8	1. வளையி ஒன்றின் கீழான பரப்பள வைக் காண்பார்.	வளையி ஒன்றின் கீழ் உள்ள பரப்பளவை வரையறுத்த தொகையீடாக வரையறுக்க. $y = f(x)$ என்பது ஒரு வளையி ஆகுக. $f(x) \geq 0$  $y = f(x)$, என்ற வளையியாலும், xஅச்சாலும் $x = a$, $x = b$ என்ற கோடுகளாலும் வரைப்புற்ற பிரதேசத்தின் பரப்பளவு $\int_a^b f(x)\, dx$ ஆகும் இது $x = a$ இலிருந்து $x = b$ வரை $y = f(x)$ என்ற வளையியின் கீழ் உள்ள பரப்பளவு எனப்படும்.	04

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	2. இருவளையிகளுக் கிடைப்பட்ட பிர தேசத்தின் பரப் பளவைக்காண்பார்.	$y=f(x),\ y=g(x)$ என்பன - $[a,b]$ என்ற ஆயிடையில் $f(x)\geq g(x)$ ஆகுமாறுள்ள இரு வளையிகள் என்க. இரு வளையிகளாலும் $x=a$, $x=b$ என்ற கோடுகளுக்கிடையிலான பரப்பளவு $\int_a^b \{f(x)-g(x)\}dx$ ஆகும்.	
8.1	1. காரணியத்தை வரையறுப்பார்.	**வரிசை மாற்றம், சேர்மானம்** n ஒரு மறையற்ற நிறையெண்ணாக இருக்க காரணியம் n பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படும். பொதுவான வடிவம் : $0! = 1$ $n! = 1, 2, 3, ...n$ மடங்கு வடிவம் : $F(0) = 1$ $F(n) = nF(n-1)$	02
	2. எண்ணுவதற்கான அடிப்படைக் கோட் பாட்டை விளக்கு வார்.	எண்ணுவதற்கான அடிப்படைக் கோட்பாடு: முதலாவது செய்கை m வித்தியாசமான முறை களில் செய்யப்படலாம் எனவும் இரண்டாவது செய்கை n வித்தியாசமான முறைகளில் செய்யப்படலாம் எனவும் கொள்க. இப்போது இரு செய்கைகளையும் அடுத்தடுத்து செய்யக் கூடிய வித்தியாசமான முறைகளின் எண்ணிக்கை $m \times n$ ஆகும்.	
8.2	1. ^nP_n ஐ வரை யறுத்து அதற்கான சூத்திரத்தைப் பெறுவார்.	ஒன்றுக்கொன்று வித்தியாசமான n பொருட் களிலிருந்து, ஒரே தடவையில் எல்லா வற்றையும் ஒருமித்து எடுத்துப் பெறப்படும் பொருட்களின் வரிசை மாற்றம் ^nP_n என வரையறுக்க. $^nP_n = n!$. எனப்பெறுக.	06
	2. ^nP_r ஐ வரையறுத்து அதற்கான சூத்திரத்தைப் பெறுவார்.	ஒன்றுக்கொன்று வித்தியாசமான n பொருட் களிலிருந்து தடவைக்கு $r\ (0 \leq r \leq n)$ பொருட் களை எடுத்துப் பெறும் வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை ^nP_r என வரையறுக்க. $^nP_r = \dfrac{n!}{(n-r)!}$. எனப்பெறுக.	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	3. மறிதரலுக்கு சந்தர்ப்பம் உள்ள தெனின் வரிசை மாற்றங்களைக் காண்பார்.	மறிதரலுக்கு சந்தர்ப்பம் உள்ளபோது, ஒன்றுக் கொன்று வித்தியாசமான n பொருட்களிலிருந்து r $r\ (0 \le r \le n)$ பொருட்களின் வரிசை மாற்றங் களின் (ஒவ்வொன்றும் எத்தனை தடவையும் தோன்றலாம் எனின்) எண்ணிக்கை n^r எனக் காட்டுக.	
	4. எல்லாம் வித்தியாசமல்லாத n பொருட்களின் வரிசை மாற்றங் களைக் காண்பார்.	n பொருட்களில் p பொருட்கள் ஒரேமாதிரியாக வும், மீதி எல்லாம் ஒன்றுக்கொன்று வித்தியாச மானவையாகவுமிருப்பின், n பொருட்களினதும் வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை $\dfrac{n!}{p!}$ எனக் காட்டுக.	
	5. சக்கர (வட்ட) வரிசை மாற்றங் களை விளக்குவார்.	ஒன்றுக்கொன்று வித்தியாசமான n பொருட் களைக் கொண்டு ஆக்கும் சக்கர (வட்ட) வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை $(n-1)!$ எனக் காட்டுக.	
8.3	1. சேர்மானத்தை வரையறுப்பார்.	ஒன்றுக்கொன்று வித்தியாசமான n பொருட் களிலிருந்து தடவைக்கு $r\ (0 \le r \le n)$ பொருட் கள் வீதமான சேர்மானங்களின் எண்ணிக்கை ${}^{n}C_{r}$ என வரையறுக்க. $${}^{n}C_{r} = \frac{n!}{(n-r)!\, r!}$$ ${}^{n}P_{r} = r!\,{}^{n}C_{r}$ எனக் காட்டுக. பின்வருவனவற்றைக் காட்டுக. (i) ${}^{n}C_{r} = {}^{n}C_{n-r}$ (ii) ${}^{n}C_{r} + {}^{n}C_{r-1} = {}^{n+1}C_{r}$	07

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	2. வரிசை மாற்றம், சேர்மானம் என்பவற்றுக்கிடையேயான வேறுபாட்டை விளக்குவார்.	வரிசை மாற்றங்களில் ஒழுங்கு (வரிசை) முக்கியம் என்பதையும், சேர்மானங்களில் ஒழுங்கு கவனத்தில் கொள்ளப்படுவதில்லை என்பதையும் விளக்குக. ஒன்றுக்கொன்று வித்தியாசமான n பொருட்களிலிருந்து தடவைக்கு எத்தனை பொருட்கள் வீதமும் எடுக்கக்கூடிய சேர்மானங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை $2^n - 1$ எனக் காட்டுக. மாணவர்கள் வரிசை மாற்றம், சேர்மானம் என்பவற்றில் பிரசினங்கள் தீர்க்க வழிப்படுத்துக.	
21.1	1. தொடரியை வரையறுப்பார்.	**தொடர்** குறித்த ஒழுங்கில் அமைந்த, உறுப்புக்களைக் காண்பதற்கான விதியுடன் அமைந்த உறுப்புக்களின் தொடை தொடரி ஆகும். தொடரி ஒன்றின் ஆவது உறுப்பு a_n எனின், தொடரி $\{a_n\}$ எனக் குறிக்கப்படும்.	04
	2. முடிவில் தொடரை, பகுதிக் கூட்டலின் தொடரியை உபயோகித்து வரையறுப்பார்	தொடரி, தொடர் இரண்டுக்குமிடையேயான தொடர்பு n $\{a_n\}$ என்பது ஒரு தொடரி ஆகுக. $S_n = \sum_{r=1}^{n} a_r \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$ என வரையறுக்க. இது ஆவது பகுதிக் கூட்டுத்தொகை எனப்படும்.	
	3. கூட்டல் தொடர் ஒன்றின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்பார்.	தொடர் ஒன்றில், முதலுறுப்புக்குப்பின், ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும், அதற்கு முந்திய உறுப்புக்குமுள்ள வித்தியாசம் ஓர் ஒருமை எனின் அத்தொடர் கூட்டல் தொடர் எனப்படும். முதலாம் உறுப்பு a, பொதுவித்தியாசம் d ஆகவுமிருக்க (i) பொது உறுப்பு $T_r = a + (r-1)d$ (ii) n உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை $S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$ $= \frac{n}{2}\left[a + l\right]$	

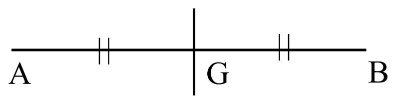
தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
		எனக் காட்டுக. இங்கு l இறுதியாக உள்ள உறுப்பாகும்.	
	4. பெருக்கல் தொடரின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்பார்	தொடர் ஒன்றின் முதலுறுப்புக்குப் பின், ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும் அதற்கு முன்னர் உள்ள உறுப்புக்குமுள்ள விகிதம் ஓர் ஒருமை யாக இருப்பின் அத்தொடர் பெருக்கல் தொடர் எனப்படும். முதலாம் உறுப்பு a, பொது விகிதம் r ஆக இருக்க, (i) பொது உறுப்பு $U_n = ar^{n-1}$ (ii) n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை S_n, $S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)} (r \neq 1)$ $= na \ (r = 1)$ எனக் காட்டுக.	
21.2	1. கூட்டல் பெருக்கல் தொடர் ஒன்றின் கூட்டுத் தொகை யைக் காண்பார்.	கூட்டல் பெருக்கல் தொடருக்கு உதாரணங்கள் மூலம் விளக்குக. இவ்வாறான தொடர்களின் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காணும் முறையைக் கலந்துரையாடுக.	02
21.3	1. கூடடுத் தொகைக் கான அடிப்படைத் தேற்றங்களைக் கூறுவார்.	(i) $\sum_{r=1}^{n}(u_r + v_r) = \sum_{r=1}^{n} u_r + \sum_{r=1}^{n} v_r$ (ii) $\sum_{r=1}^{n} ku_r = k\sum_{r=1}^{n} u_r$ இங்கு k ஒரு மாறிலி பொதுவாக $\sum_{r=1}^{n}(u_r v_r) \neq \sum_{r=1}^{n} u_r \sum_{r=1}^{n} v_r$	03
	2. தொடர்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பார்.	$\sum_{r=1}^{n} r, \ \sum_{r=1}^{n} r^2, \ \sum_{r=1}^{n} r^3$ என்பவற்றைத் துணிதல். மேலே பெற்ற முடிபுகளினதும் தேற்றங் களினதும் உபயோகம்	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
21.4	1. தொடர்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பதற்கு பல் வேறுமுறைகளைப் பயன்படுத்துவார். 2. முடிவிலி வரையான உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைக் கலந்துரையாடுவார்.	[உதாரணம் (i) $\sum_{r=1}^{n} r(2r+3)$ (ii) $\sum_{r=1}^{n} 2r(r+1)(r+2)$] (i) வித்தியாச முறை (ii) பகுதிப் பின்னங்கள் (iii) கணிதத் தொகுத்தறி முறை போன்றவற்றைப் பயன்படுத்தி தொடர்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பார். $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ ஒரு தொடர் என்க. $S_n = \sum_{r=1}^{n} u_r$ என்க. $\lim_{n \to \infty} S_n = l$ (முடிவுள்ளது), எனின் $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ எனும் தொடர் ஒருங்குகிறது எனவும், முடிவிலி வரைக்குமான கூட்டுத்தொகை l எனவும் கூறப்படும். அதாவது $\sum_{n=1}^{\infty} u_n = l$ ஆகும். S_n முடிவுள்ள எல்லையை அடைவதில்லை எனின், $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ விரி தொடர் எனப்படும். பொதுவிகிதம் r ஆகவுள்ள பெருக்கல் தொடர் ஒன்றைக் கருதுக. $\lvert r \rvert < 1$ எனின் தொடர் ஒருங்குகிறது எனப்படும். முடிவிலி வரையான உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை $\frac{a}{1-r}$ ஆகும்.	10

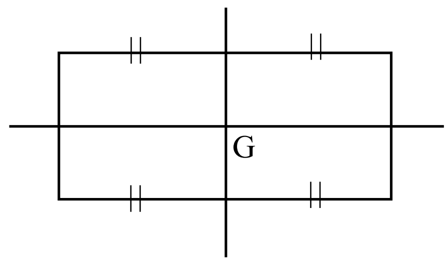
தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
2.11	1. தளமொன்றிலுள்ள துணிக்கைத்தொகுதி ஒன்றின் திணிவு மையத்தை வரையறுப்பார்.	**திணிவுமையம் (ஈர்வை)** துணிக்கைத் தொகுதியொன்றின் தளத்திலுள்ள ஆள்கூற்று அச்சுத்தொகுதி குறித்து $P_r \equiv (x_r, y_r)$ என்ற புள்ளியிலுள்ள துணிக்கையின திணிவு m_r என்க. (இங்கு $r = 1, 2, 3, \ldots n$) துணிக்கைத் தொகுதியின் தளத்தில் $G \equiv (\bar{x}, \bar{y})$ என்ற புள்ளி $$\bar{x} = \frac{\sum_{r=1}^{n} m_r x_r}{\sum_{r=1}^{n} m_r}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{r=1}^{n} m_r y_r}{\sum_{r=1}^{n} m_r}$$ ஆகுமாறு உள்ளது. G என்பது துணிக்கைத் தொகுதியின் திணிவு மையம் என அழைக்கப் படும்.	10
	2. தளமொன்றிலுள்ள துணிக்கைத்தொகுதி ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையத்தை வரையறுப்பார்.	உடல் ஒன்றின் நிறையென்பது அவ்வுடல் ஆக்கப்பட்ட துணிக்கைத் தொகுதியின் மொத்த நிறையாகவும் அவ்வுடலிலுள்ள ஒரு நிலையான புள்ளி உடலின் புவியீர்ப்பு மையம் என அழைக்கப்படும். இப்புள்ளியானது உடலின் திசையணி இல் (orientation) தங்கியிருக்காது.	
	3. அடர் ஒன்றின் திணிவு மையத்தை வரையறுப்பார்.	அடர் ஒன்றின் தளத்திலுள்ள தெக்காட்டின் ஆள்கூற்று அச்சுகள் தொடர்பாக $P(x, y)$ என்ற புள்ளியிலுள்ள சிறு துணிக்கையின் திணிவு என்க. புள்ளி $G \equiv (\bar{x}, \bar{y})$ என்பது $$\bar{x} = \frac{\int x\,dm}{\int dm}, \quad \bar{y} = \frac{\int y\,dm}{\int dm}$$ ஆகுமாறு உள்ளது.	

<table>
<tr><th>தேர்ச்சி</th><th>கற்றற் பேறுகள்</th><th>பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்</th><th>பாட வேளைகள்</th></tr>
<tr><td></td><td>4. ஒரு சமச்சீரான கோடு பற்றி சீரான உடல்களின் புவியீர்ப்பு மையத்தைக் காண்பார்.</td><td>மாற அடர்த்தியை உடைய திணிவுகளைக் கொண்டுள்ள உடல்கள் சீரான உடல்கள் என அழைக்கப்படும்.

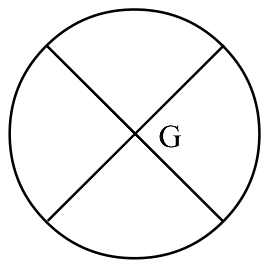
1. மெல்லிய சீரான கோல் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம்



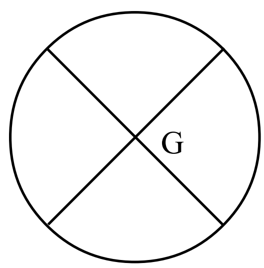
2. சீரான செவ்வக அடர் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம்



3. சீரான வட்ட வளையம் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம்

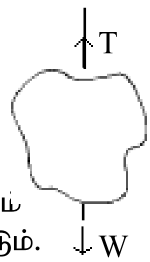
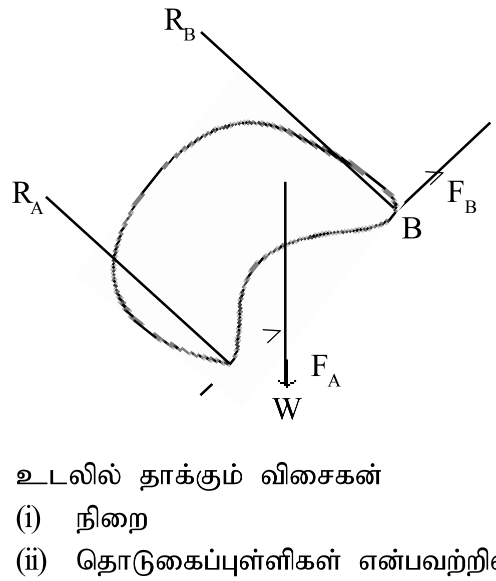


4. சீரான வட்ட அடர் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம்


</td><td></td></tr>
</table>

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	5. சீரான அடர் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையத்தைக் காண்பார்.	1. சீரான முக்கோண அடர் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம் - சீரான முக்கோண அடர் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம் இடையங்கள் சந்திக்கும் புள்ளியில் இருக்கும் எனக் காட்டுக. (அ-து) ஒவ்வொரு உச்சியிலிருந்தும் எதிர்ப்பக்கத்தில் நடுப்புள்ளியை இணைக்கும் கோட்டில் $\frac{2}{3}$ பங்கு தூரத்திலிருக்கும். 2. சீரான இணைகரம் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம் சீரான இணைகரம் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம் மூலைவிட்டங்கள் சந்திக்கும் புள்ளியிலிருக்கும் எனக்காட்டுக.	
	6. ஒரு தளம் பற்றி சமச்சீரான உடல் களின் புவியீர்ப்பு மையத்தைக் காண்பார்.	பின்வரும் சீரான உடல்கள் பற்றிய உடல்களின் புவியீர்ப்பு மையம் பற்றி கலந்துரையாடுக. (i) பொள் உருளை (ii) திண்ம உருளை (iii) பொட் கோளம் (iv) திண்மக் கோளம்	
2.12	1. தொகையீட்டைப் பயன்படுத்தி சமச் சீரான உடல் களின் புவியீர்ப்பு மையத்தைக் காண்பார்.	ஒரு உடலானது தெரிந்த புவியீர்ப்பு மையங் களைக் கொண்ட முடிவுள்ள எண்ணிக்கையான பகுதிகளாக பிரிக்க முடியாதவிடத்து அது தெரிந்த புவியீர்ப்பு மையங்களைக் கொண்ட **முடிவற்ற** பகுதிகளாக பிரிக்கப்படலாம். இப்பகுதிகளின் திருப்பங்களின் கூட்டுத்தொகை, தொகையீட்டின் மூலம் செய்யப்படுகின்றது. தொகையீட்டின் மூலம் 1. a ஆரை கொண்டதும் மையத்தில் 2α கோணத்தை எதிரமைப்பதுமான வட்டவில் ஒன்றின் புவியீர்ப்புமைய சமச்சீரச்சின் வழியே மையத்திலிருந்து $\frac{a\sin\alpha}{\alpha}$ தூரத்தில் இருக்கும் எனக்காட்டுக.	08

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
		2. a ஆரை கொண்ட தும் மையத்தில் 2α கோணத்தை எதிரமைப்பதுமான ஆரைச் சிறை ஒன்றின் புவியீர்ப்புமையம் சமச்சீரச்சின் வழியே $\frac{2a\sin\alpha}{3\alpha}$ தூரத்தில் இருக்கும் எனக்காட்டுக. 3. a ஆரை கொண்ட சீரான திண்ம அரைக் கோளம் ஒன்றின் புவியீர்ப்புமையம் சமச்சீரச்சின் வழியே $\frac{3a}{8}$ தூரத்தில் இருக்கும் எனக்காட்டுக. 4. a ஆரை கொண்ட பொள் அரைக்கோளம் ஒன்றின் புவியீர்ப்புமையம் சமச்சீரச்சின் வழியே $\frac{a}{2}$ தூரத்தில் இருக்கும் எனக் காட்டுக. 5. h உயரமுடைய சீரான திண்ம செவ்வட்டக் கூம்பு ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம் அதன் அடியிலிருந்து சமச்சீர் அச்சின் வழியே $\frac{h}{4}$ தூரத்தில் இருக்கும் எனக்காட்டுக. 6. h உயரமுடைய சீரான பொட் கூம்பு ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம் சமச்சீர் அச்சின் வழியே தளமுகத்திலிருந்து $\frac{h}{3}$ தூரத்தில் இருக்கும் எனக்காட்டுக.	
	2. சுழற்றுவதன்மூலம் பெறப்படும் உடல் களின் புவியீர்ப்பு மையத்தைக் காண்பார்.	வளையியொன்றின் ஒரு பகுதியை சுழற்றுவதன் மூலம் பெறப்படும் திண்மமொன்றின் புவியீர்ப்பு மையத்தின் நிலை பற்றி கலந்துரையாடுக. **உதாரணம்:** $y^2 = 4ax$ என்ற வளை $x = 0$, $x = a$. என்ற புள்ளிகட்கிடையில் x அச்சுப் பற்றி சுழற்றப்படும் போது அமையும் திண்மத்தின் புவியீர்ப்புமையம்	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
2.13	1. கூட்டுடல்களினதும் மீதிகளினதும் புவியீர்ப்பு மையத்தைக் காண்பார்.	நிறை, புவியீர்ப்பு மையம் என்பன தெரிந்தத இரண்டு அல்லது இரண்டிற்கு மேற்பட்ட பகுதிகளைக் கொண்டு ஒரு உடல் ஆக்கப் பட்டுள்ளது எனின் முழு உடலின் நிறையினது பகுதிகளினது நிறைகளின் விளையுள் நிறை வாகக் கொள்ளப்படும். இதன்போது திருப்பு திறனைப் பயன்படுத்தி உடலின் புவியீர்ப்பு மையத்தைக் காண்பார். கூட்டுடல்கள் பற்றிய பிரசினங்கள் பற்றியும், மீதிகள் தொடர்பான பிரசினங்கள் பற்றியும் கலந்துரையாடுக.	04
2.14	1. சமநிலையிலுள்ள உடல்களின் உறுதிப்பாடு பற்றி விளக்குவார்.	(1) தொங்கும் உடல்கள் :  உடலில் இரு விசைகள் மட்டுமே தாக்கி உடல் சமநிலையில் உள்ளதால் அவ்விரு விசைகளும் சமமும் எதிருமாக இருத்தல் வேண்டும். i.e. T = W ஆகவும் AG நிலைக்குத்தாகவும் இருக்கும். (2) சாய்தளத்தில் ஓய்விலுள்ள உடல்கள்:  உடலில் தாக்கும் விசைகன் (i) நிறை (ii) தொடுகைப்புள்ளிகள் என்பவற்றில் செவ்வன் மறுதாக்கங்கள் R, S (iii) A, B என்பவற்றிலுள்ள உராய்வு விசைகள்	04

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
		சமநிலைக்கு புவியீர்ப்பு மையத்தினூடாக நிலைக்குத்து A, B என்பற்றிற்கிடையில் அமைதல் வேண்டும். G, L இனூடான நிலைக்குத்து A, B இற்கு வெளியில் அமையுமாயின் திரும்பல் நிலை ஏற்பட்டு பொருள் கவிழும்.	
4.1	1. எழுமாற்றுப் பரிசோதனையை விளக்குவார்.	**நிகழ்தகவு** எழுமாற்றுப் பரிசோதனை யொன்றின் போது பெறப்படும் பெறுபேறுகள் யாவற்றையும் கொண்ட தொடை மாதிரி வெளி எனப்படும்.	04
	2. மாதிரிவெளியை வரையறுப்பார்.	எழுமாற்றுப் பரிசோதனையொன்றின் போது பெறப்படும் பெறுபேறுகள் யாவற்றையும் கொண்ட தொடை மாதிரி வெளி எனப்படும்.	
	3. நிகழ்ச்சியொன்றை வரையறுப்பார்.	நிகழ்ச்சி என்பது மாதிரிவெளியொன்றின் தொடைப்பிரிவாகும். (அ-து) நிகழ்ச்சி என்பது ஒரு எழுமாற்றுப் பரிசோதனையிலுள்ள ஒன்று அல்லது ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பேறுகளின் சேர்க்கையாகும்.	
	4. நிகழ்ச்சிவெளியை விளக்குவார்.	ஒரு எழுமாற்றுப் பரிசோதனையொன்றின் நிகழ்ச்சிகள் யாவற்றையும் கொண்ட, தொடை நிகழ்ச்சி வெளி எனப்படும்.	
	5. எளிய நிகழ்ச்சிகள் கூட்டு நிகழ்ச்சிகள் என்பன பற்றி விளக்குவார்.	ஒரு நிகழ்ச்சியானது எழுமாற்றுப் பரிசோதனை ஒன்றின் ஒரேயொரு பெறுபேற்றை மட்டும் கொண்டிருப்பின் அது எளிய நிகழ்ச்சி எனப்படும். கூட்டு நிகழ்ச்சி என்பது எழுமாற்றுப் பரிசோதனையொன்றிலுள்ள ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட பேறுகளின் சேர்க்கையாகும். (i) இரு நிகழ்ச்சிகளின் ஒன்றிப்பு (ii) இரு நிகழ்ச்சிகளின் இடைவெட்டு (iii) தம்முள் புறநீக்கமுள்ள நிகழ்ச்சிகள் (iv) ஒன்றுவிடாமல் யாவுமளாவிய நிகழ்ச்சிகள் என்பவற்றை விளக்குக.	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
4.2	1. நிகழ்தகவின் பண்டைய வரைவிலக்கணத்தையும் அவற்றின் எல்லைப்பாடுகளையும் குறிப்பிடுவார்.	N சமநேர்தகவுடைய நிகழ்ச்சிகளைக் கொண்டுள்ள எழுமாற்று பரிசோதனையொன்று தொடர்பான நிகழ்ச்சி A யின் நிகழ்தகவானது $P(A)=\frac{n(A)}{N}$. இனால் வரையறுக்கப்படும். இங்கு $n(A)$ என்பது A. என்ற நிகழ்ச்சியிலுள்ள எளிய நிகழ்ச்சிகளின் எண்ணிக்கையாகும். **எல்லைப்பாடுகள்:** (i) எழுமாற்றுப் பரிசோதனையிலுள்ள நிகழ்ச்சிகள் சம நேர்தகவுடையன அல்ல எனின் மேலுள்ள வாய்ப்பாடு பயன்படுத்தமுடியாது. (ii) மாதிரிவெளி முடிவற்றது எனின் மேலுள்ள வாய்ப்பாடு பொருத்தமற்றது.	04
	2. எடுகோள் வரைவிலக்கணத்தை குறிப்பிடுவார்.	மாதிரிவெளி $\mathcal{E}$ இற்கு ஒத்த நிகழ்ச்சி Ω என்க. $P:\mathcal{E}\rightarrow[0,1]$ என்ற சார்பு பின்வரும் நிபந்தனைகளை திருப்தியாக்குகின்றது. (i) $P(A)\geq 0 \quad A\subseteq\Omega$ (ii) $P(\Omega)=1$ (iii) A_1, A_2 என்பன இரு தம்முள் புறநீக்கமுடைய நிகழ்ச்சிகளாக இருக்க $P(A_1\cup A_2)=P(A_1)+P(A_2)$ எனின் P என்பது ஒரு நிகழ்தகவுச் சார்பு எனப்படும்.	
	3. எடுகோள் வரைவிலக்கணததைப் பயன்படுத்தி நிகழ்தகவு தொடர்பான தேற்றங்களை நிறுவுவதுடன் மேலுள்ள தேற்றங்களைப் பயன்படுத்தி பிரசினங்களைத் தீர்ப்பார்.	பின்வருவனவற்றை நிறுவுக. (i) $P(\phi)=0$ (ii) $P(A')=1-P(A)$ (iii) $P(A)=P(A\cap B)+P(A\cap B')$ (iv) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ (v) $A\subseteq B$, எனின் $P(A)\leq P(B)$	

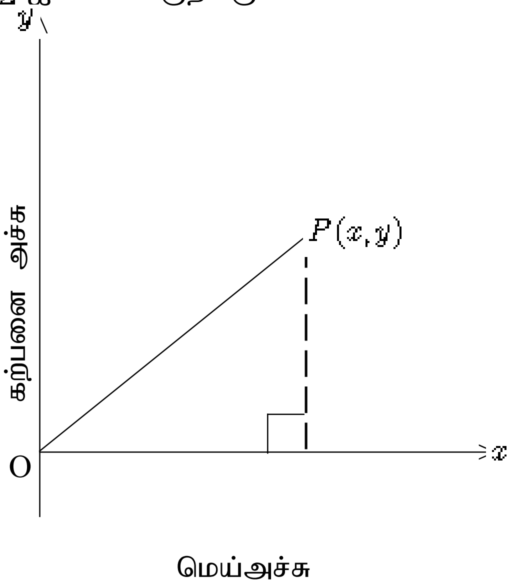
தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
4.3	1. நிபந்தனை நிகழ் தகவினை வரையறுப்பார்.	எழுமாற்றுப் பரிசோதனையொன்றின் மாதிரிவெளி Ω எனவும் A ,B என்பன $P(A) \geq 0$ ஆகுமாறுள்ள இரு நிகழ்ச்சிகள் எனவும் கொள்க. A நடைபெற்றது எனத் தரப்படும் போது B யின் நிபந்தனை நிகழ்தகவை P(B/A) இல் குறிப்பிடப்பட்டு $P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$. என வரையறுப்பார்.	08
	2. நிபந்தனை நிகழ் தகவு தொடர்பான தேற்றங்களை நிறுவுவார்.	பின்வருவனவற்றை நிறுவுக. (i) $P(A) > 0$ ஆகவுள்ள போது $P(\phi/A) = 0$ ஆகும் (ii) $A, B \in \mathcal{E}$ எனின் $P(B'/A) = 1 - P(B/A)$ ஆகும் (iii) $A, B_1, B_2 \in \mathcal{E}$ எனின் $P(B_1/A) = P(B_1 \cap B_2/A) + P(B_1 \cap B_2'/A)$ (iv) $A, B_1, B_2 \in \mathcal{E}$ எனின் $P(B_1/A) = P(B_1 \cap B_2/A) + P(B_1 \cap B_2'/A)$ ஆகும்.	
	3. பெருக்கல் விதியினை குறிப்பிடுவார்.	A_1, A_2 என்பவற்றிற்கான பெருக்கல் விதி $P(A_1 \cap A_2) = P(A_1).P(A_2/A_1)$.ஆகும். மூன்று நிகழ்ச்சிகட்கான பெருக்கல்விதியைக் குறிப்பிடுக.	
4.4	1.. சாரா நிகழ்ச்சிகளை வரையறுப்பார்.	A_1, A_2 என்பன நிகழ்ச்சிவெளி $\mathcal{E}$ இல் இரு நிகழ்ச்சிகள் என்க. A_1, A_2 என்பன சாராதவை எனின் $P(A_1 \cap A_2) = P(A_1).P(A_2)$ ஆகும். மூன்று நிகழ்ச்சிகளுக்கான சாராமையை விளக்குக.	06

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
4.5	1. மாதிரிவெளியின் பிரிப்பினை வரையறுப்பார்.	$B_1, B_2, ... B_n$ என்பன நிகழ்ச்சிவெளியிலுள்ள நிகழ்ச்சிகள் Ω என்க. (i) $\bigcup_{i=1}^{n} B_i = \Omega$ (ii) $B_i \cap B_j = \phi \ (i \neq j, 1 \leq i, j \leq n)$ எனின் $\{B_1, B_2, ... B_n\}$ என்பது Ω இன் ஒரு **பிரிப்பு** என அழைக்கப்படும். .	06
	2. மொத்த நிகழ்தகவுத் தேற்றத்தினைக் குறிப்பிடுவார்.	$\{B_1, B_2, ... B_n\}$ என்பது மாதிரிவெளி Ω தொடர்பான நிகழ்ச்சி வெளி $\mathcal{E}$ இன் ஒரு பிரிப்பு என்க. $P(B_i) > 0$ ஆயும் A என்பது நிகழ்ச்சி வெளி $\mathcal{E}$ இல் யாதாயினும் ஒரு நிகழ்ச்சி ஆயும் இருப்பின் $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A/B_i)P(B_i)$.	
	3. பேயிசின் தேற்றத்தைக் குறிப்பிட்டு பிரசினங்களில் அவற்றைப் பிரயோகிப்பர்.	$\{B_1, B_2, ... B_n\}$ என்பது $\mathcal{E}$ என்ற நிகழ்ச்சி வெளியின் ஒரு பிரிப்பு என்க. A என்பது தொடர்பான நிகழ்ச்சி வெளி $\mathcal{E}$ இன் $\mathcal{E}$ இலுள்ள யாதுமொரு நிகழ்ச்சி எனின் $P(B_j/A) = \dfrac{P(A/B_j)P(B_j)}{\sum_{i=1}^{n} P(A/B_i)P(B_i)}$	

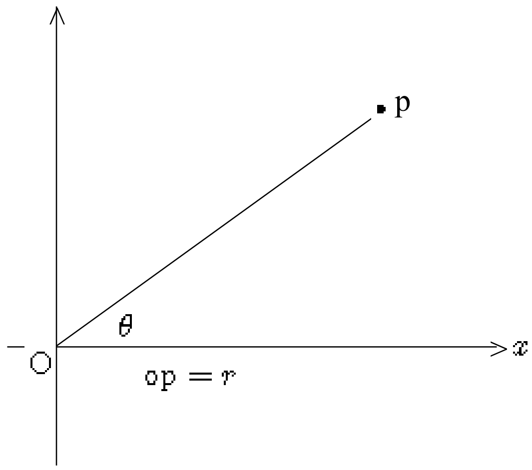
j t i z - 3

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
10.1	1. பஸ்காலின் முக்கோணியை விளக்குவார்.	**ஈருறுப்பு விரிவு** 1 1 2 1 1 3 3 1 1 4 6 4 1 . . . . . . மேலே தரப்பட்ட எண்களின் ஒழுங்கை அவதானிக்க. அந்தங்களிலுள்ள எண்களைத் தவிர மற்றைய எண்கள் ஒவ்வொன்றும் மேலேயுள்ள வரிசையில் இருபக்கங்களிலும் உள்ள எண்களின் கூட்டுத்தொகைக்கு சமமாகும். இது பஸ்காலின் முக்கோணி ஆகும்.	06
	2. ஈருறுப்புத் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுவார்.	நேர் நிறையெண் சுட்டிக்கான தேற்றம் $(a+b)^n = nc_0 a^n + nc_1 a^{n-1}b + nc_2 a^{n-2}b^2$ $+ - - - + nc_r\ a^{n-r}b^r + - - - + nc_n b^n,$ எனின் $nc_r = \frac{n!}{(n-r)!r!},\ 0 \leq r \leq n$ **தேற்றத்தின் நிறுவல்** (i) கணிதத் தொகுத்தறிமுறையைப் பயன்படுத்தி (ii) சேர்மானங்களைப் பயன்படுத்தி	
	3. ஈருறுப்புக் குணகங்களுக்கும், குணகங்களுக்குமிடையேயான வித்தியாசத்தை விளக்குவார்.	$(a+x)^n = {}^n c_0 a^n + nc_1 a^{n-1}x$ $+ nc_2 a^{n-2}x^2 + \dots nc_r a^{n-r}x^r + nc_n x^n$ என்ற விரிவில் $nc_0, nc_1, nc_2 \dots nc_n$ என்பன ஈருறுப்புக் குணகங்கள் எனப்படும். $nc_0 a^n, nc_1 a^{n-1}, nc_2 a^{n-2}, \dots$ என்பன குணகங்கள் எனப்படும். (i) விரிவில் உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கை $(n+1)$ (ii) பொது உறுப்பு $T_{r+1} = nc_r a^{n-r}x^r$	

தேர்ச்சி	கற்றந் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	4. ஈருறுப்புக் குணகங்களின் பண்புகளைக் காண்பார்.	$(1+x)^n = \sum_{r=0}^{n} {}^nc_r x^r$. மேலே உள்ள விரிவைப் பயன்படுத்தி ஈருறுப்புக் குணகங்களின் பண்புகளைப் பெறுவார்.	
10.2	1. ஈருறுப்பு விரிவின் மிகப் பெரிய உறுப்பு என்பவற்றைக் காண்பார்.	ஈருறுப்பு விரிவில் மிகப் பெரிய குணகம், மிகப் பெரிய உறுப்பு என்பவற்றைக் காணும் முறைகளைக் கலந்துரையாடுக.	06
14.1	1. கற்பனை அலகு, கற்பனை எண் என்பவற்றை இனங் காண்பார்.	**சிக்கலெண்கள்** $i^2 = -1$ ஆகுமாறு கற்பனை அலகு i இனை அறிமுகஞ் செய்க. ai எனும் வடிவிலான எண்கள், $a \in \mathbb{R}$, கற்பனை எண்கள் எனப்படும். i^n, $n \in \mathbb{Z}^+$ ஐக் கலந்துரையாடுக.	02
	2. சிக்கலெண்களை வரையறுப்பார்.	a, b என்பன மெய்யெண்களாகவும் $i^2 = -1$ ஆகவுமிக்க சிக்கலெண் $Z = a + ib$ என வரையறுக்கப்படும். a சிக்கலெண்ணின் மெய்ப்பகுதி எனப்படும். இது $\mathrm{Re}(z)$ எனக் குறிக்கப்படும். b சிக்கலெண்ணின் கற்பனைப்பகுதி எனப்படும். இது $\mathrm{Im}(z)$ எனக் குறிக்கப்படும்.	
	3. இரு சிக்கலெண்கள் சமமாக இருப்பதற்கு நிபந்தனைகளைக் கூறுவார்.	$Z_1 = a_1 + ib_1$, $Z_2 = a_2 + ib_2$ என்பன இரு சிக்கலெண்கள் $Z_1 = Z_2 \Leftrightarrow a_1 = a_2$ உம் $b_1 = b_2$ உம்	
	4. சிக்கலெண் ஒன்றின் உடன்புணரியை வரையறுப்பார்.	$Z = a + ib$ எனின், Z இன் சிக்கல் உடன் புணரி $\bar{Z}$ ஆனது $\bar{Z} = a - ib$ என வரையறுக்கப்படும்.	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
14.2	1. சிக்கலெண்களில் அட்சரகணிதச் செய்கைகளை வரையறுப்பார்.	$Z_1 = a_1 + ib_1,\ Z_2 = a_2 + ib_2, \lambda \in \mathbb{R}$ என்க. (i) $Z_1 + Z_2 = (a_1 + a_2) + i(b_1 + b_2)$ (ii) $\lambda Z = \lambda(a_1 + ib_1) = \lambda a_1 + i\lambda b_1$ (iii) $Z_1 - Z_2 = (a_1 - a_2) + i(b_1 - b_2)$ (iv) $Z_1 . Z_2 = (a_1a_2 - b_1b_2) + i(a_1b_2 + a_2b_1)$ (v) $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{a_1 + ib_1}{a_2 + ib_2} = \left(\frac{a_1a_2 + b_1b_2}{a_2^2 + b_2^2}\right) + i\left(\frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_2^2 + b_2^2}\right) (Z_2 \neq 0)$ சிக்கலெண்களின் தொடை $\mathbb{C}$, மேலே தரப்பட்ட செய்கைகளில் மூடப்பட்டுள்ளது. $\mathbb{Z} + \bar{\mathbb{Z}}$, $\mathbb{Z}\bar{\mathbb{Z}}$ என்பன மெய்யெண்கள் எனக்காட்டுக.	02
14.3	1. ஆகன் வரிப்படத்தில் சிக்கலெண் ஒன்றை வகை குறிப்பார். 2. சிக்கலெண் ஒன்றின் மட்டினை வரையறுப்பார்.	சிக்கல் தளத்தை அறிமுகஞ் செய்க. (ஆகன் வரிப்படம்) சிககலெண் ஒன்று ஆகன் வரிப்படத்தில் புள்ளி ஒன்றால் குறிக்கப்படும். $\mathbb{Z} = x + iy$ என்க. புள்ளி $P(x, y)$, ஆகன் வரிப்படத்தில் சிக்கலெண் Z ஐ வகை குறிக்கும். 	03

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
		சிக்கலெண் Z இன் மட்டு $\|Z\|$ எனக் குறிக்கப் படும். $\|Z\| = \sqrt{x^2 + y^2} \geq 0$ $\|Z\| = OP = r$	
	3. பூச்சியமற்ற சிக்க லெண் ஒன்றை $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ எனும் வடிவில் எழுதுவார்.	$Z = x + iy$ என்பது பூச்சியமற்ற ஒரு சிக்கலெண் என்க. $Z_1 = \sqrt{x^2 + y^2}\left[\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + i\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right]$ $= r(\cos\theta + i\sin\theta)$ இங்கு $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ உம் $\cos\theta = \frac{x}{r}$, $\sin\theta = \frac{y}{r}$ ஆகும்.	
	4. சிக்கலெண் ஒன் றின் வீசலை வரை யறுப்பார்.	Z ஒரு பூச்சியமற்ற சிக்கலெண் என்க. $Z = r(\cos\theta + \sin\theta)$ ஐ திருப்பப்படுத்தும் கோணம் θ Z இன் வீசல் எனப்படும்.	
	5. $\arg Z$ ஐ வரை யறுப்பார்.	Z ஒரு பூச்சியமற்ற சிக்கலெண் என்க. $Z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ வைத் திருப்திப்படுத்தும் θ இன் பெறுமானங்களைக் கொண்ட தொடை $\arg Z$ எனப்படும்.	05
	6. $Arg\ Z$ ஐ வரை யறுப்பார்.	Z என்பது பூச்சியமற்ற சிக்கலெண்ணாக இருக்க $Z = r(\cos\theta + i\sin\theta), -\pi \leq 0 \leq \pi$ ஆகுமாறுள்ள θ இன் பெறுமானம் $Arg\ Z$ ஐ என வரையறுக்கப்படும். $Arg\ Z$ என்பது Z இன் தலைமை வீசல் எனப்படும்.	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	7. ஆகன் வரிப்படத்தில் புள்ளிகளைக் குறிப்பார்.	 சிக்கலெண் Z தரப்படின் (i) λZ, (ii) $\bar{Z}$, $\lambda \in \mathbb{R}$ குறிக்கும் புள்ளிகள். Z_1, Z_2 எனும் சிக்கலெண்கள் தரப்படின் (i) $Z_1 + Z_2$ (ii) $Z_1 - Z_2$ (iii) $\dfrac{\lambda Z_1 + \mu Z_2}{\lambda + \mu}$, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ என்பன குறிக்கும் புள்ளிகளைக் காண்பதற்கான அமைப்புக்கள். ஆகன் வரிப்படத்தைப் பயன்படுத்தி முக்கோணச் சமனிலி $\lvert Z_1 + Z_2 \rvert \le \lvert Z_1 \rvert + \lvert Z_2 \rvert$ ஐப் பெறுக. $\lvert \lvert Z \rvert - \lvert Z_2 \rvert \rvert \le \lvert Z_1 - Z_2 \rvert$ ஐ உய்த்தறிக.	
14.4	1. முனைவாள்கூற்று வடிவில் சிக்கலெண்களை வகைகுறிப்பார்.	$Z = a + ib$ எனும் சிக்கலெண்ணை $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ எனும் வடிவில் எழுதுதல். $(r \geq o)$ $Z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$ $Z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta)$ எனின் $Z_1.Z_2 = r_1 r_2\left[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)\right]$ $\dfrac{Z_1}{Z_2} = \dfrac{r_1}{r_2}\left[\cos(\theta_1 - \theta_2) + i\sin(\theta_1 - \theta_2)\right]$ எனக் காட்டுக.	05

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	2. ஆகன் வரிப்படத்தில் $Z_1Z_2, \frac{Z_1}{Z_2}$ என்பவற்றை வகை குறிக்கும் புள்ளிகளைக் காண்பார்.	ஆகன் வரிப்படத்தில் $Z_1Z_2, \frac{Z_1}{Z_2}$ வை வகை குறிக்கும் புள்ளிகளுக்கான அமைப்புக்கள். சிக்கலெண் Z தரப்பட்டிருக்க $Z(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ குறிக்கும் புள்ளியைக் காணுதல்.	
	1. சிக்கல் தளமொன்றில் சிக்கல் மாறி ஒன்றின் ஒழுக்கை அமைப்பார்.	சிக்கலெண்கள் $Z_1, Z_0,\ Z_1, Z_2$ என்பன முறையே $P_1, P_0,\ P_1, P_2$ என்னும் புள்ளிகளால் வகை குறிக்கப்படுகிறது என்க. (i) $\lvert Z_1 - Z_0\rvert = r$ என்பதால் தரப்படும் சிக்கலெண் Z இன் ஒழுக்கு P_0 ஐமையமாகவும், r ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டம் எனக் காட்டுக. ஒழுக்கின் தெக்காட்டின் சமன்பாட்டைப் பெறுக. (ii) $Arg(Z - Z_0) = \alpha$ என்பதால் தரப்படும் Z இன் ஒழுக்கு x அச்சின் நேர்த்திசையுடன் α கோணத்தை ஆக்கும் அரைக்கோடு P_0P எனக் காட்டுக. (iii) $\lvert Z - Z_1\rvert = \lvert Z_1 - Z_2\rvert$ எனும் சமன்பாட்டால் தரப்படும் Z இன் ஒழுக்கு P_1P_2 இன் சமவெட்டிச் செங்குத்து எனக் காட்டுக. இந்நேர்கோட்டின் தெக்காட்டின் சமன்பாட்டைப் பெறுக.	04

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
12.1	1. தாயம் ஒன்றை வரையறுப்பார்	**தாயங்கள்** 1. தாயம், எண்களின் செவ்வக ஒழுங்கு (பத்தி) என வரையறுக்கப்படும். தாயங்கள் $A, B, C \ldots$ ஆகிய ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப்படும். $\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$ தாயம் A, நிரைகளையும் n நிரல்களை யும் கொண்டுள்ளது. m நிரைகளையும் n நிரல்களையும் கொண்டுள்ள தாயம் ஒன்றின் பருமன் (அல்லது வரிசை) $m \times n$ ஆகும். தாயம் A ஆனது $A = (a_{ij})_{m \times n}$ என எழுதப்படும். தாயம் ஒன்றின் மூலகம் : i ஆவது நிரையிலும் j ஆவது நிரலிலும் உள்ள தாயம் A யின் மூலம் எனக் குறிக்கப்படும். நிரைத் தாயம் : ஒரு நிரையை மட்டும் கொண்ட தாயம் நிரைத்தாயம் அல்லது நிரைக் காவி எனப்படும். நிரல் தாயம் : ஒரு நிரலை மட்டும் கொண்ட தாயம் நிரல் தாயம் அல்லது நிரல் காவி எனப்படும். சூனியத்தாயம் (பூச்சியத்தாயம்) தாயம் ஒன்றின் எல்லா மூலகங்களும் பூச்சியமெனின் அத்தாயம் பூச்சியத் தாயம் எனப்படும்.	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	2. இரு தாயங்களின் சமத்தை வரை யறுப்பார்.	இரு தாயங்கள் $A=\left(a_{ij}\right)_{m\times n}$, $B=\left(b_{ij}\right)_{m\times n}$ என்பன ஒரே வரிசையை உடையனவாகவும். $a_{ij}=b_{ij}$ எல்லா i, j இற்கும் எனின் $A = B$ எனப்படும்.	
	3. தாயங்களின் கூட் டலை வரையறுப் பார்.	தாயக் கூட்டலுக்கான நிபந்தனை (i) இரு தாயங்களின் வரிசைகளும் சமமாக இருத்தல். (ii) ஒத்த மூலகங்களைக் கூட்டுதல் கூட்டல், பரிவர்த்தனை, சேர்த்திவிதி களுக்கு அமைவானது.	
	4. தாயம் ஒன்றை எண்ணியால் பெருக்குவார்.	$A=\left(a_{ij}\right)_{m\times n}, \lambda \in \mathbb{R}$ என்க. $\lambda A=\left(\lambda . a_{ij}\right)_{m\times n}$ எல்லா i, j இற்கும் $\lambda=-1$ ஆகும் போது $(-1) A=-A$ என வரையறுக்கப்படும்.	
	5. தாயம் ஒன்றின் நேர்மறை வரை யறுப்பார்.	தாயம் A இன் நேர்மாறு A^T எனக் குறிக்கப் படும். $A=\left(a_{ij}\right)_{m\times n}$ என்க. $A^T=\left(b_{ij}\right)_{n\times m}$ ஆகும். இங்கு $b_{ij}=a_{ji}$ ஆகும். $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$ $(A+B)^T=A^T+B^T$ $\left(A^T\right)^T=A$	
12.2	1. தாயங்களின் விசேட வகைகளை விளக்குவார்.	சதுரத் தாயத்தை வரையறுக்க. தாயம் ஒன்றின் நிரைகளின் எண்ணிக்கையும், நிரல்களின் எண்ணிக்கையும் சமமாக இருப்பின் அது சதுரத் தாயம் எனப்படும். $A_{m\times n}$ இல், $m=n$ எனின் A யின் வரிசை n எனப்படும். A = $\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$	01

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
		$(a_{11}, a_{22}, a_{33}, \ldots, a_{nn})$ என்பது முந்துறு மூலைவிட்டம் எனப்படும். • சதுரத்தாயம் A யில் $a_{ij} = 1, \quad i = j$ ஆக $= 0, \quad i \neq j$ ஆக, எனின் A **சர்வசமன்பாட்டுத் தாயம்** அல்லது அலகுத் தாயம் எனப்படும் இது I_n (வரிசை n எனின்) எனக் குறிக்கப்படும். • சதுரத்தாயம் A யில் $a_{ij} = 0$ எல்லா $i \neq j$ இற்கும் எனின் A **மூலைவிட்டத்தாயம்** எனப்படும். • சதுரத்தாயம் A என்க $A^T = A$ எனின், தாயம் A சமச்சீர்த்தாயம் எனப்படும். • தாயம் A சதுரத்தாயம் என்க $A^T = -A$ எனின், A ஓராயச் சமச்சீர்த் தாயம் எனப்படும். • தாயம் A சதுரத்தாயம் என்க எல்லா $i > j$ இற்கும் $a_{ij} = 0$ எனின் A மேல் முக்கோணத் தாயம் எனப்படும். • தாயம் A சதுரத்தாயம் என்க எல்லா $i < j$ இற்கும் $a_{ij} = 0$ எனின் தாயம் A கீழ் முக்கோணத் தாயம் எனப் படும்.	

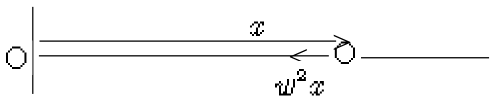
தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
12.3	1 இரு தாயங்களின் பெருக்கலை வரையறுப்பார். 2. பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு தேற்றங்களைப் பயன்படுத்துவார்.	$A=\left(a_{ij}\right)_{m\times p}$ $B=\left(b_{ij}\right)_{q\times n}$ என்க. $p=q$ ஆக A,B என்பன தாயப்பெருக்கல் AB இற்கு ஒருப்பாடுடையன எனப்படும். $A=\left(a_{ij}\right)_{m\times p}$, $B=\left(b_{ij}\right)_{p\times n}$ என்க. $AB=\left[\sum_{k=1}^{p}\left(a_{ik}b_{kj}\right)\right]_{m\times n}$ என வரையறுக்கப்படும். இத்தாயத்தின் வரிசை $m\times n$ ஆகும். குறிப்பு: AB வரையறுக்கப்பட்டிருப்பின், BA வரையறுக்கப்படவேண்டியதில்லை. பொதுவாக $AB\neq BA$ A,B,C என்பன சதுரத் தாயங்களாக இருக்க, (i) $(\lambda A)B=\lambda(AB)=A(\lambda B)$ (ii) $A(BC)=(AB)C$ (சேர்த்தி விதி) (iii) $A(B+C)=AB+AC$ (பரம்பல் விதி) (iv) $(B+C)A=BA+CA$ (பரம்பல் விதி) (v) $A\times O=O=O\times A$ (vi) $AI=A=IA$ (vii) $(AB)^T=B^TA^T$ (viii) $AB=0$ எனின் $A=0$ அல்லது $B=0$ ஆக இருக்க வேண்டியதில்லை என்பதைக் கலந்துரையாடுக. $P(x)=\sum_{i=0}^{m}a_ix^i$, A, வரிசை n ஐ உடைய சதுரத்தாயம் என்க. $P(A)=\sum_{i=0}^{m}a_iA^i$ என வரையறுக்கப்படும். இங்கு $A^0=I_n$ ஆகும்.	04

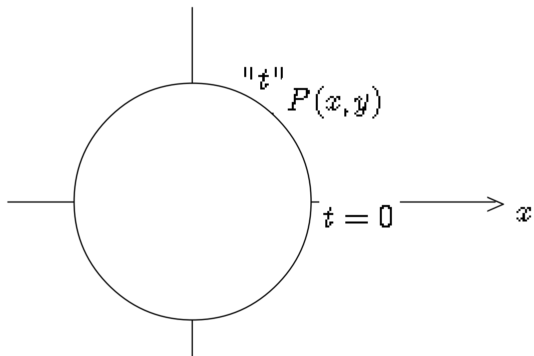
தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	3. 2×2 தாயம் ஒன்றின் நேர்மறைக் காண்பார்.	2×2 துணிகோவையின் பெறுமானத்தைக் காண்பார். தாயம் $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ என்க. A யின் துணிகோவை $\det A=\lvert A\rvert$ எனக் குறிக்கப்படும். $\lvert A\rvert=\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ab-bc$ ஆகும். A ஒரு சதுரத்தாயம் என்க. $AB=I=BA$ ஆகுமாறு தாயம் B உண்டு எனின், B தாயம் A இன் நேர்மாறு எனப்படும். A இன் நேர்மாறு A^{-1} எனக் குறிக்கப்படும். ஆகவே, $AA^{-1}=I=A^{-1}A$ (i) $\left(A^{-1}\right)=A$ (ii) $\left(A^{-1}\right)^{T}=\left(A^{T}\right)^{-1}$ (iii) $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$ எனக் காட்டுக. $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ உம் $\lvert A\rvert\neq 0$ உம் எனின் $A^{-1}=\dfrac{1}{\lvert A\rvert}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ எனக் காட்டுக. 3×3 வரிசையுடைய மூலைவிட்டத் தாயம், மேல் முக்கோணத்தாயம், கீழ்முக்கோணத் தாயம் என்பவற்றின் நேர்மாறுகளைக் கலந்துரையாடுக.	
12.4	1. தாயங்களை உபயோகித்து ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பார்.	$a_1x+b_1y=c_1$ $a_2x+b_2y=c_2$ என்க சமன்பாடுகளை $\mathrm{AX=B}$ எனும் வடிவத்தில் எழுதுவதன் மூலம், $A=\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}, X=\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$ ஆகும்.	06

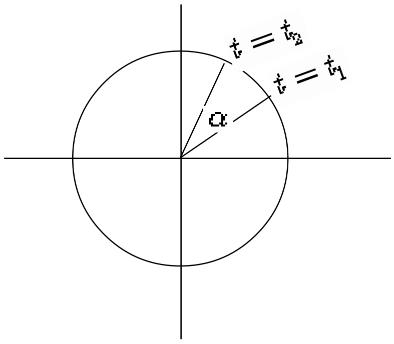
தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
13.1	1. துணி கோவை ஒன்றின் பெறுமானத்தை வரையறுப்பார். 2. 3×3 துணிகோவையின் மூலகமொன்றின் சீறியை வரையறுப்பார்.	A^{-1} உள்ளதெனின் $A^{-1}(AX) = A^{-1}C$ $\left(A^{-1}A\right)X = A^{-1}C$ $X = A^{-1}C$ (i) ஒரு தனியான தீர்வு (ii) எண்ணற்ற தீர்வு (iii) தீர்வு இல்லை என்பவற்றை விளக்குக **துணிகோவைகள்** (i) 2×2, 3×3 துணிகோவையின் வடிவங்களைக் கூறுவார். (ii) 2×2 துணிகோவையின் பெறுமானம் $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ என்க $\Delta = a_1b_2 - a_2b_1$ ஆகும் (iii) 3×3 துணிகோவையின் பெறுமானம் $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ என்க $\Delta = a_1\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - b_1\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_1\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$ $= a_1\left(b_2c_3 - b_3c_2\right) - b_1\left(a_2c_3 - a_3c_2\right)$ $+ c_1\left(a_2b_3 - a_3b_2\right)$ $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ என்க i ஆவது நிரையிலும் j ஆவது நிரலிலும் உள்ள மூலகம் a_{ij} இன் சீறி M_{ij} ஆனது Δ இன் i ஆவது நிரையையும் ஆவது நிரலையும் நீக்குவதால் பெறப்படும் 2×2 துணி கோவை ஆகும். இங்கு $i, j = 1, 2, 3$ ஆகும்.	08

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	3. 3×3 துணி கோவையின் மூலக ஒன்றின் இணை காரணியை வரை யறுப்பார். 4. 3×3 துணி கோவையின் பண்புகளைக் கூறுவார்.	$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ துணிகோவையின் மூலகம் a_{ij} இன் இணை காரணி $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$ என்பதால் தரப்படும். துணிகோவையின் பின்வரும் பண்புகளைக் கூறி அவற்றை வாய்ப்புப் பார்க்க. (i) வரிசை 3 ஐ உடைய தாயம் என்க. $\det A = \det A^T$ ஆகும். (ii) நிரை (அல்லது நிரல்) ஒன்றின் எல்லா மூலகங்களும் பூச்சியம் எனின் துணிகோவை யின் பெறுமானம் பூச்சியமாகும். (iii) இரு நிரைகள் (அல்லது நிரல்கள்) இடை மாற்று செய்யப்படின் துணிகோவையின் பெறுமானம், முன்னைய பெறுமானத்தின் மறைக் குறியைப் பெறும். (iv) துணிகோவை ஒன்றின் இரு நிரைகள் (அல்லது நிரல்கள்) சமம் எனின் அத்துணி கோவையின் பெறுமானம் பூச்சியமாகும். (v) துணிகோவை (பெறுமானம் Δ) ஒன்றின் ஒரு நிரை (அல்லது ஒரு நிரல்) எண்ணி λ வினால் பெருக்கப்பட்டு பெறப்படும் துணி கோவையின் பெறுமானம் $\lambda\Delta$ ஆகும். (vi) துணி கோவை ஒன்றின் நிரலின் (அல்லது நிரையின்) ஒரு பெருக்கம் இன்னொரு நிரைக்கு / நிரலுக்கு கூட்டப்படின் துணி கோவையின் பெறுமானம் மாறாது..∴ (vii) $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & a_1 + b_1 \\ x_2 & y_2 & a_2 + b_2 \\ x_3 & y_3 & a_3 + b_3 \end{vmatrix}$ $\Delta_1 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & a_1 \\ x_2 & y_2 & a_2 \\ x_3 & y_3 & a_3 \end{vmatrix}$ $\Delta_2 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & b_1 \\ x_2 & y_2 & b_2 \\ x_3 & y_3 & b_3 \end{vmatrix}$ எனின் $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$	

<table>
<tr><th>தேர்ச்சி</th><th>கற்றநற் பேறுகள்</th><th>பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்</th><th>பாட வேளைகள்</th></tr>
<tr><td>13.2</td><td>1. ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதற்கு துணி கோவைகளைப் பயன்படுத்துவார்.</td><td>இரு மாறிகளிலான ஒருங்கமை சமன்பாடுகள்
$a_1x + b_1y_1 = c_1$
$a_2x + b_2y = c_2$
கிராமரின் விதியிலிருந்து
$x = \dfrac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$, $y = \dfrac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$ ஆகும்.
இங்கு $a_1b_1 - a_2b_1 \neq 0$
மூன்று மாறிகளிலான ஒருங்கமை சமன்பாடுகள்
$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$
$a_1x + b_2y + c_2z = d_2$
$a_3x + b_3y + c_3z = d_3$ என்க.
கிராமரின் விதியிலிருந்து
$x = \dfrac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}$ $y = \dfrac{\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}$
$z = \dfrac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}$ ஆகும்.
இங்கு $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$</td><td></td></tr>
</table>

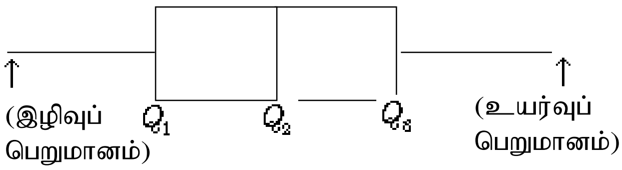
தேர்ச்சி	கற்றந் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
3.16	1. எளிய இசை இயக்கத்தை வரையறுப்பார்.	**எளிய இசை இயக்கம்** அலைவு இயக்கத்தின் ஒரு குறித்த வகையே எளிய இசை இயக்கமாகும் எனக் கூறுக. • ன நேர்கோட்டிலியங்கும் துணிக்கையொன்றின் ஆர்முடுகல், அக்கோட்டின் நிலையான ஒரு புள்ளியிலிருந்து அதன் இடப்பெயர்ச்சிக்கு நேர்விகித சமனாகவும் எப்போதும் அந்நிலையான புள்ளியை நோக்கியுமிருப்பின் அவ்வியக்கம் எளிய இசை இயக்கம் எனப்படும். • அந்நிலையான புள்ளி எளிய இசை இயக்கத்தின் அலைவு மையம் எனப்படும் 	06
	2. எளிய இசை இயக்கத்தின் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைப் பெற்று அதன் தீர்வை வாய்ப்புப் பார்ப்பார்.	வேகம் $\frac{dx}{dt} = \dot{x}$ ஆர்முடுகல் $= \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$ $\ddot{x} = -w^2x$ w ஒரு மாறிலியாக இருக்க. மேலே தரப்பட்ட சமன்பாடு எளிய இசை இயக்க சமன்பாடு எனப்படும். $x = A\cos w\mathrm{t} + B\sin wt$, (இங்கு A, B ஒருமைகளும் t நேரமும் ஆகும்) என்பது பொதுத் தீர்வு ஆகும்.	
	3. வேகத்தை இடப்பெயர்ச்சியின் ஒரு சார்பாகப் பெறுவார்.	$x = A\cos w\mathrm{t} + B\sin wt$ என்பதிலிருந்து $\dot{x}^2 = w^2\left[\left(A^2 + B^2\right) - x^2\right]$ $\dot{x}^2 = w^2\left[a^2 - x^2\right]$ ஆகும். இங்கு $a^2 = A^2 + B^2$ இடப்பெயர்ச்சிக்காக, $x = a\ \sin(wt + \alpha)$ எனும் சூத்திரத்தையும் பயன்படுத்தலாம்.	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	4. வீச்சம், அலைவு காலம் என்பவற்றை வரையறுப்பார்.	(i) நீளம் $a = \sqrt{A^2 + B^2}$ என்பது எளிய இசை இயக்கத்தின் வீச்சம் ஆகும். (ii) இயக்கத்திற்கான அலைவு காலம் $T = \frac{2\pi}{w}$ ஆகும்.	
	5. சீரான வட்ட இயக்கத்துடன் இணைந்த எளிய இசை இயக்கத்தை விபரிப்பார்.	 சீரான கோண வேகம் w என்க. $\theta = wt$ $OQ = x = a\cos wt$ $\frac{dx}{dt} = \dot{x} = -aw\sin wt$ $\frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} = -aw^2\cos wt$ $= -w^2x$ P யிலிருந்து விட்டம் ஒன்றிற்கான செங்குத்தின் அடி Q. P வட்டத்தின் வழியே சீரக்கோண வேகத்துடன இயங்கும்போது Q. அவ்விட்டத்தின் வழியே $\ddot{x} = -w^2x$ எனும் சமன்பாட்டினால் தரப்படும் எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றும்.	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
	6. இரு நிலைகளுக் கிடையேயான நேரத்தைக் காண்பர்.	 இரு நிலைகளுக்கிடையேயான நேரம் $t_2 - t_1 = \frac{\alpha}{w}$ ஆகும். இயக்க சமன்பாடுகளைப் பாவித்தும் இந் நேரத் தைக் காணலாம்.	
	7. கிடைக்கோட்டின் வழியேயான எளிய இசை இயக்கத்தை விளக்குவார்.	ஊக்கின் விதியைக் கூறுக. இழுவை அல்லது உதைப்பு $T = \lambda.\frac{d}{l}$ ஆகும். λ — மீள்தன்மை மட்டு d — நீட்சி அல்லது ஒடுக்கம் l — இயற்கை நீளம் தொகையீடு மூலம் மீள்தன்மை அழுத்த சக்தி $\frac{\lambda d^2}{2l}$ எனக்காட்டுக. மீள்தன்மை விசைகளின் தாக்கத்தின் கீழ் கிடையான ஏகபரிமாண எளிமை இசை இயக்கம் பற்றி கலந்துரையாடுக.	
3.18	நிலைக்குத்துக் கோட்டின் வழியே எளிய இசை இயக்கத்தை விளக்குவார்.	• மீள்தன்மை விசைகளினதும், துணிக்கை நிறையினதும் தாக்கத்தின் கீழ் நிலைக் குத்துக் கோட்டின் வழியே எளிமை இசை இயக்கம். • எளிமை இசை இயக்கமும், புவியீர்ப்பின் கீழ் சுயாதீன இயக்கமும் இணைந்த பிரசினங்கள்.	06

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
5.1	"புள்ளிவிபரவியல்" என்றால் என்ன என்பது பற்றி விளக்குவார். புள்ளிவிபரவியலின் தன்மையை விளக்குவார்.	**புள்ளிவிபரவியல்** அனுமானங்களையும் தீர்மானங்களையும் மேற்கொள்வதற்காக கணியத் தரவுகளைப் பெற்று பகுப்பாய்வு செய்யும் விஞ்ஞானம் புள்ளிவிபரவியல் எனப்படும். புள்ளி விபரவியல் இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படலாம். (i) விவரணப் புள்ளிவிபரவியல் (ii) அனுமானப் புள்ளிவிபரவியல் **விவரணப் புள்ளிவிபரவியல் :** அட்டவணைகள், வரைபுகள், பொருத்தமான அளவீடுகள் மூலம் தரவுகளை ஒழுங்குபடுத்தல், காட்சிப்படுத்தல், விபரித்தல் முறைகள் அடங்கியது விவிரணப்புள்ளிவிபரவியல் எனப்படும். **அனுமானப் புள்ளிவிபரவியல் :** மாதிரி முடிவுகளைப் பயன்படுத்தி குடித்தொகையில் தீர்மானங்களையும் எதிர்வு கூறல்களையும் மேற்கொள்வதற்கான முறைகள் அடங்கியது அனுமானப் புள்ளிவிபரவியல் ஆகும்.	01
5.2	தரவுகளிலிருந்து தகவல்களைப் பெறுவதை விளக்குவார்.	மாறி ஒன்று தொடர்பான உண்மைகள் அல்லது எண்களின் கூட்டம் தரவு ஆகும். தரவுகளை செய்முறைகளின் மூலம் பெற்ற வடிவம் தகவல் எனப்படும். செய்முறைக்காக தரவுகள் உள்ளீடாக பாவிக்கப்படுகின்றன. இச் செய்முறையின் பயப்பு தகவல்கள் ஆகும்.	01
	2. பரிசோதனை என்றால் என்ன என்பதை விளக்குவார்.	தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கான ஒரு செயற்பாடு பரிசோதனை ஆகும். பரிசோதனைகளின் வகைகளைக் கலந்துரையாடுக.	
	3. தரவுகளின் வகைகளை விளக்குவார்.	பின்னகத்தரவு : மாறி ஒன்றின் பெறுமானங்கள் எண்ணக்கூடியவை எனின் அது பின்னகத் தரவு குறித்த பெறுமானங்களை மட்டுமே கொள்ளும். இடையிலுள்ள பெறுமானங்களை எடுக்காது. தொடர்ச்சியான தரவு: மாறி ஒன்று குறித்த ஒரு ஆயிடையில் எப்பெறுமானத்தையும் எடுக்கும். எனின் அத்தரவு தொடர்ச்சியான தரவு எனப்படும்.	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
5.3	தரவுகளையும் தகவல்களையும் வகுப்பாக்கம் செய்வார்.	தரவுகளை வகுப்பாக்கம் செய்யும் முறைகளான பத்தி (array), மீடிறன் பரம்பல் தண்டு - இலை வரைபு போன்றவை பற்றிக் கலந்துரையாடுக.	01
5.4	தரவுகள், தகவல் களை அட்ட வணைப்படுத்துவார்.	அட்டவணைப்படுத்தும் முறைகளைக் கலந்துரை யாடுக. (i) கூட்டமாக்கப்படாத மீடிறன் பரம்பல் (ii) கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பல்	01
5.5	தரவுகள், தகவல் களை வரைபு மூலம் குறிப்பார்.	பின்வருவன பற்றிக் கலந்துரையாடுக. (i) சலாகை வரைபு சலாகைகளைக் கொண்டு அமைக்கப்பட்ட வரைபு இங்கு அவற்றின் உயரங்கள் மீடிறன்களைக் குறிக்கும். (ii) வட்ட வரைபு வட்டம் ஒன்று ஆரைச்சிறைகளாக பிரிக்கப் பட்டு, ஒவ்வொரு ஆரைச்சிறையும் அது குறிக்கும் மாறியின் சார்மீள்திறனை அல்லது வீதத்தைக் குறிக்கும். (iii) வலையுரு வரையம் வலையுரு வரையம் இடைவெளியின்றி தொடர்ச்சியாக வரையப்பட்ட சலாகை வரைபு போன்றது. இங்கு சலாகையின் பரப்பளவு, அவ்வகுப்பின் மீடிறனுக்கு விகித சமமாகும். (iv) கோட்டு வரைபு கோட்டு வரைபு, நிலைக்குத்துக் கோடு களைக் கொண்டது. கோட்டின் உயரம் கூட்டமாக்கப்படாத பின்னக மாறியின் மீடிறனைக் குறிக்கும். (v) பெட்டி வரைபு இங்கு பெட்டியானது மூன்று காலணைகளை யும் காட்டும் பெட்டியிலிருந்து நீட்டப்பட் டிருக்கும் கோடுகள், மாறியின் இழிப் பெறுமானம், உயர்வுப் பெறுமானம் வரை செல்லும். பெட்டி தரவின் 50% ஐக் கொண்டிருக்கும்.	04

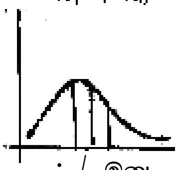
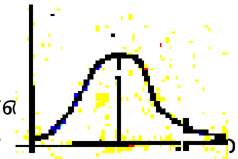
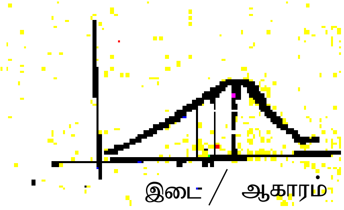
தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
			01
5.6	மையநாட்ட அளவுகளாக இடை, இடையம், ஆகாரம் என்பவற்றை விளக்குவார்.	இடை, இடையம், ஆகாரம் என்பன மையநாட்ட அளவுகள் ஆகும். $x_1, x_2, \ldots, x_n$ என்பன தரவுகளாக இருக்க, அவற்றின் இடை $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ ஆகும். (i) $x_1, x_2, \ldots, x_n$ என்பன முறையே $f_1, f_2, f_3, \ldots f_n$ மீடிறன்களையுடைய தரவுத் தொகுதி என்க. இடை $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$ கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு x_i ஆனது i ஆவது வகுப்பாயிடைகளின் நடுப் பெறுமானம் ஆகும். (ii) குறிப்படுத்தல் முறை பற்றி கலந்துரையாடுக. நிறையேற்றிய இடை $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$ இங்கு இன் நிறை ஆகும். ஆகாரம் பரம்பலில் அதிஉயர் மீள்திறனைக் கொண்ட மாறியின் பெறுமானம் ஆகாரம் எனப்படும். ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட ஆகாரம் இருக்கலாம் எனக் கூறுக. கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலுக்கு ஆகாரம் பின்வருமாறு கணிக்கப்படும். ஆகாரம் $= L_{mo} + C\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right)$	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
		L_{mo} : ஆகார வகுப்பின் கீழ் வரைப்பு C : வகுப்பாயிடையின் பருமன் $\Delta_1 = f_{mo} - f_{mo-1}$ $\Delta_2 = f_{mo} - f_{mo+1}$ f_{mo} என்பது ஆகார வகுப்பாயிடையின் மீடிறன்.	
5.7	சார் நிலைகளைப் பயன்படுத்தி மீடிறன் பரம்பலை விளக்குவார்.	இடையம் : தரவுகளின் வரிசைப்படுத்தப்பட்ட ஒழுங்கின் நடுப்பெறுமானம் இடையம் ஆகும். (i) n எண்ணிக்கையான தரவுகளின் ஏறுவரிசை யிலான ஒழுங்கு $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ என்க. ஒழுங்கின் $\frac{n+1}{2}$ ஆவது ஈட்டு இடையம் எனப்படும். (a) n ஒற்றை (b) n இரட்டை ஆக வுள்ள சந்தர்ப்பங்களைக் கலந்துரை யாடுக. (ii) கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கான இடையம் இடையம் $= \frac{b + \left(\frac{N}{2} - f\right)c}{f_o}$ ஆகும். b : இடைய வகுப்பாயிடையின் கீழ் வரைப்பு c : வகுப்பாயிடையின் பருமன் f : b இற்கு கீழ் உள்ள எல்லா மீடிறன் களினதும் கூட்டுத்தொகை f_o : இடைய வகுப்பின் மீடிறன். **முதலாம் காலணை** (Q_1) ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தப்பட்ட தரவுத் தொகுதி ஒன்றின் $\frac{n+1}{4}$ ஆவது ஈட்டு முதலாம் காலணை எனப்படும்.	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
		இரண்ாம் காலணை (Q_2) ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குபடுததப்பட்ட தரவுத் தொகுதி ஒன்றின் $\frac{n+1}{2}$ ஆவது ஈட்டு இரண்டாம் காலணை ஆகும். இடையம், இரண்டாம் காலணை ஆகும். ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தப்பட்ட தரவுத் தொகுதி ஒன்றின் $\frac{3}{4}(n+1)$ ஆவது ஈட்டின் பெறுமானம் மூன்றாம் காலணை எனப்படும். சதமணை தரவுத்தொகுதி ஒன்றின் p ஆவது சதமணை, ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தும் போது $\left(\frac{pn}{100}\right)$ ஆவது ஈட்டின் பெறுமானம் ஆகும். (இங்கு நிறையெண், நிறையெண் அல்லாத வகைகளைக் கலந்துரையாடுக.)	
5.8	மீடிறன் பரம்பலில் மைய நாட்ட அளவின் பொருத் தமான அளவை தீர்மானம் மேற் கொள்வதில் பயன் படுத்துவார்.	மீடிறன் பரம்பலில் அண்ணளவாக்கம் மதிப்பீடு என்பவற்றில் மையநாட்ட அளவைகளின் உபயோகம் பற்றிக் கலந்துரையாடுக.	02
5.9	சிதறலின் அளவை விளக்குவார்.	சிதறல், தரவுகளின் பரவு முறையைக் காட்டு கிறது. சிதறலின் அளவைகள், தரவுகள் எவ்வாறு பரவியுள்ளன என்பதைக் குறிக்கின்றன. பின்வரும் சிதறல் அளவைகளை வரையறுக்க. 1. வீச்சு மிகப்பெரிய பெறுமானத்திற்கும் மிகச் சிறிய பெறுமானத்திற்குமிடையேயான வித்தியாசம் வீச்சு ஆகும்.	08

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
		2. இடைக்காலணை வீச்சு இடைக்காலணை வீச்சு $= Q_3 - Q_1$ 3. அரை இடைக்காலணை வீச்சு $= \dfrac{Q_3 - Q_1}{2}$ 4. இடை விலகல் $x_1, x_2, \ldots, x_n$ என்ற தரவுத் தொகுதியின் இடைவிலகல் $= \dfrac{\sum_{i=1}^{n} \lvert x_i - \bar{x} \rvert}{n}$ ஆகும். மீடிறன் பரம்பலொன்றிற்கு இடைவிலகல் $= \dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_i \lvert x_i - \bar{x} \rvert}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$ ஆகும். (கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலில் x_i, i ஆவது வகுப்பின் நடுப்பெறுமானம்) 5. மாறற்றிறன் $x_1, x_2, x_3 \ldots x_n$ எனும் தரவுத் தொடையில், மாறற்றிறன் $= \dfrac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}$ ஆகும். மாறற்றிறன் $= \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \bar{x}^2$ ஆகும். எனக்காட்டுக. கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலில் மாறற்றிறன் $= \dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$ ஆகும்	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
		$= \dfrac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i} - \bar{x}^2$ எனக் காட்டுக. 6. நியம விலகல் நியம விலகல் $= \sqrt{\text{மாறற்றிறன்}}$ ஏகபரிமாண உருமாற்றம் பற்றிக் குறிப் பிடுக. (குறிப்படுத்தல் முறை) பரம்பல்ஒன்றின் இடை $\bar{x}$, நியம விலகல் S_x என்க. a, b என்பன ஒருமைகளாகவிருக்க $y = ax + b$ எனும் உருமாற்றத்தைக் கருதுக. $\bar{y} = a\bar{x} + b$ எனவும் $S_y = \|a\| S_x$ எனவும் காட்டுக. 7. Z புள்ளி. $x_1, x_2, \ldots x_k$ என்பவற்றின் இடை $\bar{x}$ எனவும், நியம விலகல் எனவும் S கொள்க. $Z_i = \dfrac{x_i - \bar{x}}{S}$ என வரையறுக்கப்படும். Z_i என்பது x_i இன் Z - புள்ளி எனப்படும். $Z_1, Z_2, \ldots Z_k$ என்பவற்றின் இடை 0 எனவும் நியம விலகல் 1 எனவும் காட்டுக. 8. கூட்டு இடை. n_1, n_2 எண்ணிக்கையுடைய தரவுத் தொகுதிகள் இரண்டின் இடை $\bar{x}_1, \bar{x}_2$ என்க. இரு தொகுதிகளும் ஒன்றாகக் கருதின் புதிய இடை $\dfrac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2}$ எனக் காட்டுக. இவ்வாறே அவற்றின் மாறற்றிறன்கள் முறையே S_1^2, S_2^2 எனின் இரு தொகுதி களும் ஒன்றாக்கப்பட்டுப் பெறப்படும். தொகுதியின் புதிய மாறற்றிறன் S^2 ஆனது	

தேர்ச்சி	கற்றற் பேறுகள்	பாடத்துக்கான வழிகாட்டல் குறிப்புகள்	பாட வேளைகள்
5.10	1. பரம்பலின் வடிவத்தை தீர்மானிப்பார்.	$s^2 = \frac{1}{n_1 + n_2}\left\{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2\right\}$ $+ \quad {}_1\bar{x}_2)^2$ என் ... ம் என மீள் ... யின் யும்   (சமச்சீர்)  (மறையான ஓராயம்) நேர் ஓராயம் உடையது எனின், ஆகாரம் $<$ இடையம் $<$ இடை மறை ஓராயம் உடையது எனின், இடை $<$ இடையம் $<$ ஆகாரம் பியசனின் ஓராயக்குணகம் பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படும். $K = \frac{\text{இடை - ஆகாரம்}}{\text{நியம விலகல்}}$ அல்லது $K = \frac{3\ (\text{இடை - இடையம்})}{\text{நியம விலகல்}}$	02

பாடசாலை மட்டக் கணிப்பீடு

அறிமுகம்

கற்றல் - கற்பித்தல் மதிப்பீடு ஆகியன கல்விச் செயன்முறைகளின் முக்கிய மூன்று கூறுகளாகும் என்பதும், கற்றல் கற்பித்தலின் முன்னேற்றத்தை அறிய கணிப்பீடு மதிப்பீட்டை பயன்படுத்த வேண்டும் என்பதும் எல்லா ஆசிரியர்களும் தெளிவாக அறிந்திருக்க வேண்டிய ஒரு விடயமாகும். அவை ஒன்றன் மீது ஒன்று செல்வாக்குச் செலுத்தும் அதேவேளை ஒவ்வொன்றும் மற்றையவற்றின் முன்னேற்றத்திலும் செல்வாக்குச் செலுத்துகின்றன என்பது ஆசிரியர்கள் யாவரும் அறிந்த உண்மையாகும். தொடர் (நிதமும் நிகழும்) மதிப்பீட்டு கோட்பாடுகளுக்கிணங்க கற்றல் நடைபெறும் போதே மதிப்பீடும் இடம்பெற வேண்டும். இது கற்றல் கற்பித்தல் செயன்முறையின் ஆரம்பப்பகுதி, இடைப்பகுதி, இறுதிப்பகுதி ஆகிய எந்த ஒரு சமயத்திலும் இடம் பெறலாம் என்பதை ஆசிரியர்கள் விளங்கிக் கொள்வது அவசியமாகும். தமது மாணவரை மதிப்பிட எதிர்பார்க்கும் ஓர் ஆசிரியர் கற்றல் கற்பித்தல் மதிப்பீடு ஆகியன தொடர்பான ஒழுங்கான திட்டமொன்றைப் பயன்படுத்தல் அவசியம்.

பாடசாலையை அடிப்படையாக கொண்ட கணிப்பீட்டு வேலைத்திட்டமானது ஒரு பரீட்சை முறையோ சோதனை நடாத்துவதோ அல்ல. அது மாணவர்களது கற்றலையும், ஆசிரியர்களது கற்பித்தலையும் மேம்படுத்துவதற்காகப் பயன்படுத்தப்படும் ஒரு தலையீடாகும். ஆதலால் மாணவர்களுக்கு அருகில் இருந்து அவர்களுடைய பலங்களையும் பலவீனங்களையும் இனங்கண்டு அவற்றிற்கு பரிகாரம் கண்டவாறு மாணவர்களை அவர்களது உச்ச வளர்ச்சி மட்டத்தை அடையச் செய்வதற்காகப் பயன்படுத்தக்கூடிய ஒரு வேலைத் திட்டமாகும்.

கற்றல்- கற்பித்தல் செயன்மூலம் தேடல் செயன்முறையின் பால் மாணவர்கள் வழிப்படுத்தப் படுகின்றனர். பாடசாலையை அடிப்படையாகக் கொண்ட கணிப்பீட்டு வேலைத்திட்டத்தை செயற்படுத்தும்போது மாணவர்களிடையே ஆசிரியர் சஞ்சரித்து அவர்கள் செய்யும் வேலைகளை அவதானித்து வழிகாட்டலை வழங்கிச் செயற்படல் வேண்டும் என எதிர் பார்க்கப்படுகின்றது. இங்கு மாணவர்கள் தொடர்ச்சியாக மதிப்பீட்டுக்கு உள்ளாக்கப்படுவ தோடு மாணவர் ஆற்றல் அபிவிருத்தி எதிர்பார்த்தவாறு நடைபெறுகின்றதா என்பதை ஆசிரியர் உறுதிப்படுத்திக் கொள்ளல் வேண்டும்.

மாணவருக்கு தக்க அனுபவங்களைப் பெற்றுக்கொடுத்து அவற்றை மாணவர்கள் சரியாகப் பெற்றுக்கொண்டார்களா என உறுதிப்படுத்தல் கற்றல்-கற்பித்தல் ஊடாகத் நிகழ வேண்டும். அத்தோடு அதற்கு தக்க வழிகாட்டல் வழங்கப்பட வேண்டும். மதிப்பீட்டில் (கணிப்பீட்டில்) ஈடுபட்டுள்ள ஆசிரியர்கள் தமது மாணவர்களுக்கு இரண்டு வகையான வழிகாட்டல்களை வழங்க முடியும். அவை பொதுவாக பின்னூட்டல் / முன்னூட்டல் எனப்படும்.

மாணவர்களின் பலவீனங்களையும் இயலாமைகளையும் கண்டறிந்தபோது அவர்களது கற்றல் பிரச்சினைகளை நிவர்த்திப்பதற்காகப் பின்னூட்டலையும் மாணவர்களின் திறமை களையும் ஆற்றல்களையும் இனம்காணும்போது அவற்றை மேன்படுத்த, முன்னூட்டலையும் வழங்குவது ஆசிரியரின் கடமையாகும்.

கற்றல்- கற்பித்தல் செயன்முறையின் வெற்றிக்காக பாடநெறியின் நோக்கங்களுள் எந்த நோக்கத்தை எந்த மட்டத்தில் நிறைவேற்ற முடிந்தது என்பதை இனங்காணல், மாணவர் களுக்கு அவசியமாகின்றது. மதிப்பீடுகள் மூலம் மாணவர்கள் அடைந்துள்ள தேர்ச்சி மட்டங்களைத் தீர்மானித்தல் சம்பந்தப்பட்ட ஆசிரியரிடமிருந்து எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது.

மாணவர்கள், ஆசிரியர்கள், வேறு பிரிவினர்களுக்கு மாணவர்களின் முன்னேற்றம் பற்றிய தகவல்களை அறிவிப்பதற்கு ஆசிரியர் முனைய வேண்டும். இதற்குப் பயன்படுத்தக்கூடிய மிகவும் பொருத்தமான முறை, தொடர்ச்சியாக மாணவரை மதிப்பீட்டுக்கு உட்படுத்த வாய்ப்பளிக்கும் பாடசாலை மட்ட மதிப்பீட்டு முறையாகும்.

மேற்படி நோக்கத்துடன் செயற்படும் ஆசிரியர்கள் தமது கற்பித்தல் செயன்முறையையும் மாணவர்களின் கற்றல் செயன்முறையையும் மேலும் வினைத்திறன் மிக்கதாக்குவதற்கு வினைத்திறன் மிக்க கற்றல் -கற்பித்தல் மதிப்பிடல் முறைகளைப் பயன்படுத்த வேண்டும். இது தொடர்பாக ஆசிரியர்களுக்கும் மாணவர்களுக்கும் பயன்படுத்தத் தக்க அணுகுமுறைப் பேதங்கள் (வகைகள்) சில கீழே தரப்பட்டுள்ளன. இவை நீண்டகாலமாக ஆசிரியர்களுக்கு தேசிய கல்வி நிறுவனத்தினாலும், பரீட்சை திணைக்களத்தினாலும் விளக்கமளிக்கப்பட்ட முறைகளாகும். எனவே அவை தொடர்பாக பாடசாலைத் தொகுதியைச் சேர்ந்த ஆசிரியர்கள் போதிய அறிவூட்டம் பெற்றிருப்பர் என எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது. இம்முறைகள் வருமாறு.

1. ஒப்படைகள்
2. செயற்றிட்டங்கள்
3. ஆய்வு
4. நுணுகி ஆராய்தல்
5. அவதானிப்புக்கள்
6. கண்காட்சி / முன்வைத்தல்கள்
7. களச் சுற்றுலாக்கள்
8. குறுகிய எழுத்துப் பரீட்சைகள்
9. அமைப்புக் கட்டுரைகள்
10. திறந்த நூல் சோதனைகள்
11. ஆக்கச் செயற்பாடுகள்
12. செவிமடுத்தல் சோதனைகள்
13. செய்முறைச் செயற்பாடுகள்
14. பேச்சுக்கள்
15. சுய ஆக்கங்கள்
16. குழுச் செயற்பாடுகள்
17. எண்ணக்கரு படங்கள்
18. இரட்டைக் குறிப்பு - நாளேடு
19. சுவர்ப் பத்திரிகைகள்
20. வினா-விடை நிகழ்ச்சிகள்
21. வினா-விடைப் புத்தகங்கள்
22. விவாதங்கள்
23. குழுக் கலந்துரையாடல்கள்
24. கருத்தரங்குகள்.
25. உடனடிச் சொற்பொழிவு
26. பாத்திரமேற்று நடித்தல்

அறிமுகம் செய்யப்பட்டுள்ள மேற்படி கற்றல் கற்பித்தல் மதிப்பீட்டு முறைகள் அனைத்தையும், எல்லாப் பாடங்களினது எல்லா அலகுகளுக்காகவும் பயன்படுத்த முடிவு என எதிர்பார்கப்படவில்லை. தமது பாடத்திற்கும் குறித்த பாட அலகிற்கும் பொருத்தமான முறைகளைத் தெரிவு செய்துகொள்வதற்கு அறிவூட்டம் பெற வேண்டும்.

மேற்படி ஆசிரியர் அறிவுரைப்படி வழிகாட்டிய தமது மாணவர்களின் கற்றல் முன்னேற்றத்தை கணிப்பிடப் பயன்படுத்தக்கூடிய கற்றல் கற்பித்தல் மற்றும் மதிப்பீட்டு பேதங்கள் பற்றிக் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது. ஆசிரியர்கள் தமது மாணவர்களின் முன்னேற்றத்திற்காக அவற்றை தக்கவாறு பயன்படுத்தல் வேண்டும். இவற்றைப் பயன்படுத்தாது தவிர்த்தல் மாணவர் தமது அறிவாற்றல் மற்றும் உள எழுச்சி, உள இயக்க திறன்களை வளர்த்துக் கொள் வதற்கும் அவற்றை வெளிப்படுத்துவதற்கும் தடையாக அமையும்.

தவணை - 1

ஒப்படை இல: 1

மாணவர் செயற்பாட்டின் தன்மை : குழுச் செயற்றிட்டம்

தேர்ச்சி 29 : கூம்புருக்களின் நியமச் சமன்பாடுகளை விபரிப்பார்.

செயற்றிட்டம் : கூம்பொன்றின் கூம்பு வெட்டுகளாக கூம்புருக்களை அறிந்து கொள்ளல்.

ஆசிரியருக்கு அறிவுறுத்தல்கள்:

1. கூம்புருக்கள் பாடத்தை கற்பிக்க மூன்று வாரங்களுக்கு முன்பு இச்செயற்றிட்டத்தை மாணவர்களுக்கு வழங்கவும்.

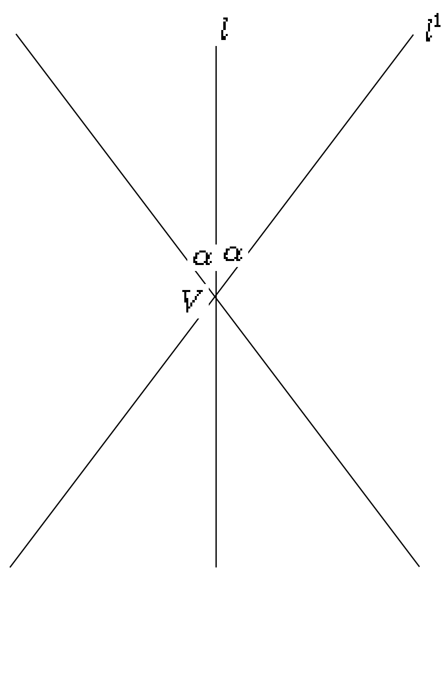
2. பாடத்தை ஆரம்பிப்பதற்கு ஒரு வாரத்துக்கு முன்னரே செயற்றிட்டத்தை பூர்த்தி செய்வதற்கு மாணவர்களுக்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

3. செயற்றிட்டத்தை பூர்த்தி செய்ததன் பிறகு அதனைப் பாராட்டவும்.

4. கூம்புருக்கள் தொடர்பாக மாணவர்களின் அடைவு மட்டத்திலிருந்து, கூம்புருக்கள் பாடத்தை உரிய தினத்திலே ஆரம்பிக்கவும்.

கூம்பு வளையி

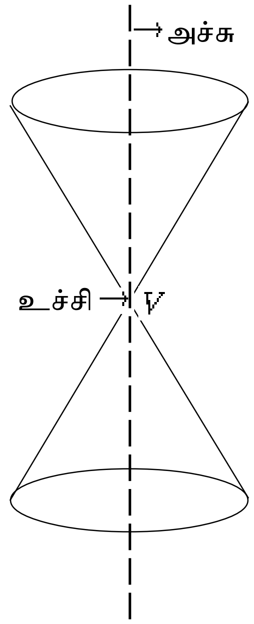
அறிமுகம்



நிலையான கோடு l இன் மீதுள்ள நிலைத்தபுள்ளி v இற்கூடாகச் செல்கின்றதும் l உடன் α எனும் மாறாக் கூர்ங்கோணத்தை ஆக்கிக் கொண்டு l பற்றிச் சுழலும் எனும் l^1 கோட்டினால் பிறப்பிக்கப்படுகின்றதுமான சுழற்சித் திண்மம் கூம்பென அழைக்கப்படும்.

V கூம்பின் உச்சி எனவும் α அதன் அரை உச்சிக்கோணம் எனவும் l^1 பிறப்பாக்கிக் கோடு எனவும் கொள்ளப்படும்.

உச்சி v ஐக் கொண்ட வெட்டி வேறாக்கப்படும். ஒவ்வொரு பகுதியிலும் மடி என (Nappe) அழைக்கப்படும். ஒவ்வொரு பகுதியும் எண்ணற்றவை.



படத்தில் காட்டிய விதமான ஐந்து மாதிரி களை மென்மையான பதார்த்தம் ஒன்றி னால் ஆக்கிக் கொள்ளவும்.

அம்மாதிரிகளை A, B, C, D, E எனப் பெயரிடவும்.

(2) (i) மாதிரி A ஐ, அச்சினூடாக இரண்டு பகுதிகளாக வேறாக்குக.

(ii) அச்சிற்கு செங்குத்தான தளம் ஒன்றிற்கூடாக மாதிரி B இலிருந்து ஒரு மடியை இரண்டு பகுதிகளாக வேறாக்குக.

(iii) அச்சிற்கு செங்குத்தாகவோ அல்லது சமாந்தரமாகவோ அல்லாமலும் பிறப்பாக்கிக் கோட்டிற்கு சமாந்தரமற்ற தளமொன்றிற்கூடாக மாதிரி C இலிருந்து ஒரு மடியை வெட்டிக் கொள்ளவும்.

(iv) பிறப்பாக்கிக் கோட்டிற்கு சமாந்தரமான தளம் ஒற்றிற்கூடாக ஒரு மடியை மாதிரி D இலிருந்து வெட்டிக் கொள்ளவும்.

(v) ஒரே தளத்தினூடாக இரண்டு மடிகள் கிடைக்கும் விதமாக மாதிரி E இலிருந்து மடிகள் இரண்டை வெட்டுக.

(3) மேலேயுள்ள ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் கூம்பு வெட்டின் விளிம்பு / விளிம்புகளின் வடிவத்தை கடதாசி ஒன்றில் பிரதிபண்ணிக் கொள்ளவும்.
(i) (ii) (iii) (iv) எனும் சந்தர்ப்பங்களில் கிடைக்கும் வளையிகளைப் பெயரிடுக. சந்தர்ப்பம் (v) இலே கிடைக்கும் வளையி அதிபரவளையி (hyperbola) என அழைக்கப்படும்.

(4) மேலே குறிப்பிட்ட விதமான வளையிகளை நீர் சந்தித்த சந்தர்ப்பங்களை எழுதுக.

(5) (i) உச்சிக்கூடாக செல்லும் தளம் ஒன்றிற்கூடாக கூம்பை வெட்டும் போது உமக்கு கிடைக்கும் கூம்பு வெட்டு யாது?

(ii) பிறப்பாக்கிக்கூடாகச் செல்லும் தளத்திற்கும் கூம்பிற்கும் பொதுவான வளையி யாது?

மதிப்பீட்டு நியதிகள்

1. கொடுக்கப்பட்ட உபகரணத்தை பூர்த்தி செய்யவும்.
2. கூம்பு வெட்டுக்களைச் சரியாகப் பெற்றுக்கொள்ளல்.
3. கூம்பு வெட்டுக்களின் மூலம் கிடைக்கும் வளையிகளை அறிதல்.
4. பிரயோகிக்கும் சந்தர்ப்பங்களை கூறுதல்.
5. குழுவாகச் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுதல்.

ஒப்படை இல: 2

மாணவர் செயற்பாட்டின் தன்மை : தனியாள் ஒப்படை

தேர்ச்சி 3.12 : கணத்தாக்கொன்றின் விளைவை விவரணம் செய்வார்.

ஒப்படை : ஏகபரிமாண உந்தக்காப்பு கோட்பாட்டை யும் சக்திக்காப்புக் கோட்பாட்டையும் பயன் படுத்துதல்.

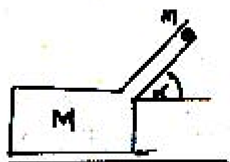
ஆசிரியருக்கு அறிவுறுத்தல்கள்:

1. கணத்தாக்கமும் நேரடி மொத்தலும் என்ற பாடத்தைக் கற்பித்ததன் பிறகு அவ்வெண்ணக்கரு தொடர்பான பூரண விளக்கத்தை மாணவர்கள் பெற்றுள்ளனரா எனப் பரீட்சிப்பதற்காக இவ்வொப்படையை மாணவர்களுக்கு வழங்கவும்.

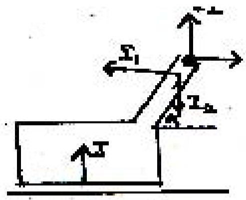
2. ஒப்படையை பாராட்டியதன் பிறகு தேவையான பின்னூட்டல்களை வழங்கவும்.

ஒப்படை

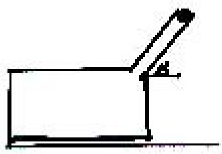
1. (i) ஒப்பமான கிடைத்தளம் ஒன்றின் மீது நிறுத்தி வைக்கப்பட்டிருக்கும் M திணிவுள்ள பீரங்கி ஒன்றின் குழாய் கிடையுடன் கோணத்தை ஆக்குகின்றது வெடிப்பதன் மூலம் m திணிவுள்ள குண்டொன்று வெளியேற்றப்படுகின்றது.



உருவம் a

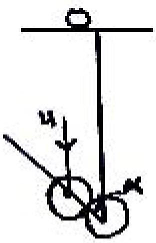


உருவம் b

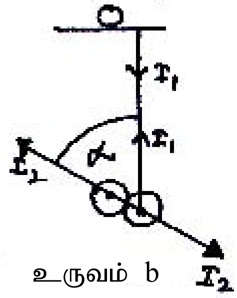


உருவம் c

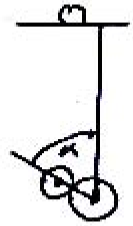
(ii) திணிவுடைய கோளமொன்று இலேசான நீள இழையொன்றில் தொங்கவிடப் பட்டுள்ளது. எனும் வேகத்துடன் நிலைக்குத்தாக கீழ்நோக்கி விழும் திணிவுள்ள சிறிய கோளம் ஒன்று கோளம் இன் மீது படுகின்றது. மொத்தல் நிகழும் போது மையமிணைகோடு நிலைக்குத்துடன் கோணத்தை ஆக்குகின்றது.



உருவம் a



உருவம் b



உருவம் c

உருவம் a இல் கணத்தாக்கத்திற்குச் சற்று முன்னுள்ள சந்தர்ப்பம் காட்டப்பட்டுள்ளது.

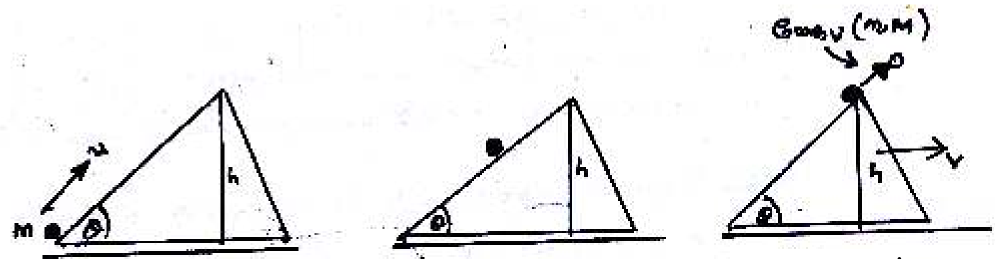
உருவம் b இல் தொகுதியின் மீது உண்டாகும் கணத்தாக்கம் காட்டப்பட்டுள்ளது.

உருவம் c இல் கணத்தாக்கத்திற்குச் சற்றுப் பின்பு M, m என்பனவற்றின் வேகங்களைக் குறிக்க.

பிரசினத்தை தீர்த்துக் கொள்வதற்கு உந்தக்காப்பு விதியை எத்திசையில் பயன்படுத்தலாம்.

அத்திசையில் உந்தக்காப்பு விதியைப் பயன்படுத்தி சமன்பாடொன்றை எழுதுக.

(2) M திணிவுள்ள ஆப்பொன்று ஒப்பமான கிடைமேசை மீது ஓய்வில் உள்ளது. கிடையுடன் θ கோணத்தை ஆக்கும் அதன் சாய்வான முகத்தின் கீழ் முனையிலிருந்து m திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்று u வேகத்துடன் ஆப்பின் முகம் வழியே மேலே எறியப்படுகின்றது. அது மட்டுமட்டாக ஆப்பின் உச்சியை அடைகின்றது.



உருவம் a　　　உருவம் b　　　உருவம் c

உருவம் a இல் தொடக்க நிலை காட்டப்பட்டுள்ளது.

உருவம் b இல் m, M மீது செயற்படும் விசைகளைக் குறிக்க.

உருவம் c இல் m, M என்பன உச்சியை அடைந்துள்ள சந்தர்ப்பம் காட்டப் பட்டுள்ளது.

இவ்வியக்கத்தை விபரிப்பதற்கு உந்தக்காப்புக் கோட்பாட்டையும் சக்திக்காப்புக் கோட்பாட்டையும் ஏன் பயன்படுத்தலாம் என விளக்குக.

அக்கோட்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி இரண்டு சமன்பாடுகளைப் பெற்று அவற்றைத் தீர்ப்பதன் மூலம் $u^2 = \dfrac{2gh(M+m)}{M+m\sin^2\theta}$ எனக் காட்டுக.

(3) இயற்கை நீளம் l உம் மீள்தன்மை மட்டு mg உம் உள்ள இலேசான மீள்தன்மையுள்ள இழை ஒன்றின் ஒரு முனை O என்னும் நிலையான புள்ளியில் கட்டப் பட்டுள்ளது. மறுமுனையில் M திணிவுள்ள துணிக்கை A இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை A ஆனது புள்ளி O விலிருந்து u வேகத்துடன் நிலைக்குத்தாக மேல் நோக்கி எறியப்படுகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில் இழையின் மிகக்கூடிய நீளத்தை துணிவதற்கு கீழே உள்ள வினாக்களுக்கு விடை எழுதுக.

(i) ஆரம்ப நிலையை படத்தில் காட்டி துணிக்கையின் வேகத்தைக் குறிக்க.

(ii) O விற்கு மேலே ஏற்படும் இயக்கத்தில் இழை நீட்சியடையாத சந்தர்ப்பம் ஒன்றிற்கு படம் ஒன்றை வரைந்து துணிக்கையில் தொழிற்படும் விசை / விசைகளைக் குறிக்க.

(iii) O விற்கு மேலே ஏற்படும் இயக்கத்தில் இழை நீட்சி அடைந்த சந்தர்ப்பம் ஒன்றிற்கு படம் ஒன்றை வரைந்து துணிக்கையில் தொழிற்படும் விசை / விசைகளைக் குறிக்க.

(iv) O விற்கு கீழே ஏற்படும் இயக்கத்தில் இழை நீட்சியடையாத சந்தர்ப்பம் ஒன்றிற்கு படம் ஒன்றை வரைந்து துணிக்கையில் தொழிற்படும் விசை / விசைகளைக் குறிக்க.

(v) O விற்கு கீழே ஏற்படும் இயக்கத்தில் இழை நீட்சியடைந்த சந்தர்ப்பம் ஒன்றிற்கு படம் ஒன்றை வரைந்து துணிக்கையில் தொழிற்படும் விசை / விசைகளைக் குறிக்க.

(vi) இழை மிகவும் நீளமாக உள்ள சந்தர்ப்பத்திற்குரிய படத்தை வரைந்து துணிக்கையில் தொழிற்படும் விசை / விசைகளைக் குறிக்க.

(vii) முழுமையான இயக்கத்தில் துணிக்கை மீது செயற்படும் விசை / விசைகள் தொடர்பாக உமக்கு யாது கூறலாம்.

(viii) மேலேயுள்ள இயக்கத்திற்கு சக்திக்காப்பு விதிகளை ஏன் பிரயோகிக்கலாம் எனக் கூறுக.

(ix) மீள்தன்மை மட்டு λ உம் இயற்கை நீளம் l உம் கொண்ட இழை ஒன்றின் நீட்சி x ஆகும் போது இழையில் தொழில்படும் மீள்தன்மை அழுத்த சக்திக்குக் கோவை ஒன்றைப் பெறுக.

(x) மேலே (i), (vi) என்னும் சந்தர்ப்பங்களுக்கு உரிய சக்திக்காப்புக் கோட்பாடு களைப் பயன்படுத்தி சமன்பாடு ஒன்றை எழுதுக.

(xi) இழையின் மிகவும் கூடிய நீளத்தை உய்த்தறிக?

மதிப்பீட்டு நியதிகள்

1. உந்தக்காப்பு கோட்பாடு பற்றிய விளக்கத்தைப் பெறல்.
2. சக்திக்காப்பு கோட்பாடு பற்றிய விளக்கத்தைப் பெறல்.
3. சிக்கலற்ற முறையில் கருத்துக்களைக் கூறுதல்.
4. சந்தர்ப்பங்களுக்கு ஏற்ற முறையில் சரியான கோட்பாடுகளை பிரயோகித்தல்.
5. தரப்பட்டுள்ள அறிவுரைகளுக்கு ஏற்ப செயற்பாட்டில் ஈடுபடுதல்.

எழுத்து மூலப் பரீட்சைக்கு பின்வரும் வினாக்களைப் பயன்படுத்தலாம். அல்லது ஆசிரியர் தாம் வினாக் களைத் தயாரிக்கலாம்.

நேர்கோடு

1. (a) புள்ளிகள் $P \equiv (2, a)$ $Q \equiv (b+1, \ 3b-2)$ இரண்டும் $y = 5x + 1$ எனும் கோட்டின் மீது கிடக்கின்றன.

   (i) a, b இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

   (ii) தூரம் PQ வைக் காண்க.

   (b) A, B, C எனும் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகள் முறையே $(6-9)$, $(-1, 15)$, $(-10, 3)$ ஆகும். $\angle BCA = 90^{\circ}$ எனக்காட்டி $\cos \angle BAC$ ஐக் காண்க.

2. (a) முக்கோணி ABC இன் உச்சிகள் $A \equiv (2, 5)$, $B \equiv (2-1)$, $C \equiv (-2, 3)$ ஆகும்.

   (i) t இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் $(t-1, t)$ ஐ ஆள்கூறாக உடைய புள்ளி B, C என்பவற்றிலிருந்து சமதூரத்தில் உள்ளதென நிறுவுக.

   (ii) புள்ளி D ஆனது A, B, C என்பவற்றிலிருந்து சமதூரத்தில் உள்ள தெனின் D யின் ஆள்கூறைக் காண்க.

   (b) படித்திறன் 3 ஆகவும் $(2, 5)$ எனும் புள்ளியினூடு செல்வதுமான நேர் கோடு x, y அச்சுக்களை முறையே A, B என்பவற்றில் வெட்டுகின்றது. O உற்பத்தியாக இருக்க, முக்கோணி AOB இன் பரப்பைக் காண்க.

3. (a) $(-3, 13)$, $(6, 10)$ எனும் புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடும் படித்திறன் 3 ஐயும் $(1, 5)$ எனும் புள்ளியினூடு செல்வதுமான நேர்கோடும் வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறைக் காண்க.

   (b) சதுரம் ஒன்றின் மையம் $(3, 4)$ ஆகும் அதன் உச்சிகளில் ஒன்று $(7, 1)$ ஆகும். சதுரத்தின் ஏனைய உச்சிகளின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

4. (a) முக்கோணி ஒன்றின் இரு உச்சிகளின் ஆள்கூறுகள் $(5, -1)$, $(-2, 3)$ ஆகும். முக்கோணியின் நிமிர்மையம் உற்பத்தி ஆகும். முக்கோணியின் மூன்றாவது உச்சியின் ஆள்கூறைக் காண்க.

   (b) $3x + 3y = 10$, $12x + 6y - 2 = 0$ ஆகிய இருநேர்கோடுகளுக்குமிடையிலான கூர்ங்கோணத்தின் இரு சமவெட்டியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

5. (a) இணைகரம் ஒன்றின் அயல்பக்கங்கள் இரண்டின் சமன்பாடுகள் $2x-y=0$, $x-2y=0$ மூலைவிட்டம் ஒன்றின் சமன்பாடு $x+y=6$ மற்றைய மூலைவிட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(b) $4x+3y=10$ எனும் கோட்டிலிருந்து ஒரு அலகு தூரத்தில் உள்ளதும் $x+y=4$ எனும் கோட்டின் மீதுள்ளதுமான புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

வட்டம்

1. (a) பின்வரும் வட்டங்களின் மையம், ஆரை என்பவற்றை எழுதுக.

(i) $x^2+y^2+6x+4y-36=0$

(ii) $2x^2+2y^2-2x-2y-1=0$

(b) வட்டம் $x^2+y^2-2ax-2ay+a^2=0$, x அச்சு, y அச்சு இரண்டையும் தொடும் எனக் காட்டுக.
இதிலிருந்து $(2,4)$ எனும் புள்ளியினூடு செல்வதும் x,y அச்சுக்களைத் தொடுவதுமான இரு வட்டங்கள் உள்ளது எனக் காட்டுக.
ஒவ்வொரு வட்டத்திற்கும் $(2,4)$ இல் தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

2. (a) $O\equiv(0,0)$, $A\equiv(3,2)$, $B\equiv(2,1)$ ஆகும்.

(i) O,A,B யினூடு செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு

(ii) A,B ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு என்பவற்றைக் காண்க.

(b) $S\equiv x^2+y^2-6x+8y=0$ என்பது ஒரு வட்டமும் $P\equiv(4,3)$ ஒரு புள்ளியும் ஆகும்.

(i) P வட்டத்திற்கு வெளியே அமையும் எனக்காட்டுக.

(ii) P யிலிருந்து வட்டத்திற்கு வரைந்த தொடலியின் நீளத்தைக் காண்க.

(iii) P யிலிருந்து $S=0$ இற்கான தொடலிகளின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(iv) P யிலிருந்து $S=0$ இற்கு வரையும் தொடலிகளின் தொடுகை நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

3. (a) $2x-3y+26=0$ எனும் நேர்கோடு $x^2+y^2-4x+6y-104=0$ எனும் வட்டத்துக்கு தொடலியாக அமையும் எனக் காட்டுக.

(b) $x^2+y^2-4x+2y-4=0$ ஆல் தரப்படும் வட்டமும், $x^2-2y+1=0$ எனும் நேர்கோடும் இடைவெட்டும் எனக்காட்டுக. இடைவெட்டும் புள்ளிகளினூடாகவும், உற்பத்தியினூடு செல்வதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

4. (a) $x^2+y^2-6x+4y+9=0$, $x^2+y^2-4y+c=0$ என்பன இரு வட்டங்களாகும் அவை

(i) தொடும் எனின் c யின் பெறுமானத்தைக் காண்க. உமது விடையை வாய்ப்புப்பார்க்க.

(ii) நிமிர் கோணங்களில் வெட்டும் எனின் c யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(b) $x^2+y^2-x+3y^{-1}=0$ எனும் வட்டத்தை நிமிர்கோணத்தில் வெட்டுவதாகவும், உற்பத்தியினூடு செல்வதும் $x+2y+1=0$ எனும் கோட்டைத் தொடுவதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

வேலை, சக்தி, வலு

1. (a) $500kg$ திணிவுள்ள மரக்குற்றி ஒன்று பாரம் தூக்கியினால் $10m$ இற்கு உயர்த்தப்படுகின்றது. பாரம்தூக்கி புவியீர்ப்பிற்கு எதிராக செய்த வேலையைக் கணிக்க.

   (b) ஒரு புகையிரதம் $6km$ இடைத்தூரத்தில் உள்ள இரு புகையிரத நிலையங் கட்கிடையே பிரயாணம் செய்கின்றது. இயக்கத்திற்கான சராசரித்தடை $500N$ எனின் தடைக்கு எதிராகச் செய்யப்பட்ட வேலையைக் கணிக்க.

   (c) ஒரு சைக்கிளோட்டி கிடையுடன் $\sin^{-1}\left(\frac{1}{10}\right)$ சாய்வுள்ள குன்றின் மீது மேல்நோக்கி $100m$ தூரம் பிரயாணம் செய்கின்றார். சைக்கிளோட்டியினதும், சைக்கிளினதும் மொத்த நிறை $800N$ ஆகும்.
   சைக்கிளோட்டி புவியீர்ப்பிற்கு எதிராக செய்த வேலையை கணிக்க.
   இயக்கத்திற்கான தடை $50N$ எனின் சைக்கிளோட்டி செய்த மொத்த வேலை யைக் கணிக்க.

2. 150 தொன் $(1000kg - 1$தொன்$)$ திணிவுள்ள ஒரு புகையிரதம் 15 இல் 1 என்னும் சாய்வுள்ள குன்றில் ஏறுகின்றது. எஞ்சின் $300km$ என்னும் மாறா வீதத்தில் வேலை செய்கின்றது. இயக்கத்திற்கான தடை $40N/$தொன் ஆகும். புகையிரதத்தின் உயர்கதியைக் காண்க.
   இப்பொழுது புகையிரதம் கிடையான தரை ஒன்றில் இயங்குகின்றது. தடை மாறவில்லை எனின், எஞ்சின் அதே வீதத்தில் வேலை செய்கின்றது எனக்கொண்டு புகையிரதத்தின் ஆரம்ப ஆர்முடுகலைக் காண்க.

3. $400kg$ திணிவுள்ள வண்டியை $2000kg$ திணிவுடைய கார் ஒன்று மட்டமான தரையில் இழுத்துச் செல்கின்றது. காரின் இயக்கத்திற்கான தடை $1000N$ உம், வண்டியின் இயக்கத்திற்கான தடை $100N$ உம் ஆகும். எஞ்சினின் பயப்பு வலு $100kW$ ஆகும். அவற்றின் கதி $40kmh^{-1}$ ஆயிருக்கையில்

   (i) கார், வண்டி என்பவற்றின் ஆர்முடுகல்

   (ii) காரினதும், வண்டியினதும் இணைப்பில் உள்ள இழுவை என்பவற்றைக் காண்க.

கணத்தாக்கும், உந்தமும்

1. $8ms^{-1}$ வேகத்துடன் இயங்கும் $1kg$ திணிவுள்ள கோளம் ஒன்று ஓய்விலிருக்கும் $2kg$ திணிவுள்ள ஒத்த கோளம் ஒன்றினை நேரடியாக மோதுகின்றது. கோளங்களுக் கிடைப்பட்ட மீளமைவுக்குணகம் $e=\frac{1}{2}$ எனின்

   (i) மொத்தலின் பின் கோளங்களின் வேகங்களைக் காண்க.

   (ii) கோளங்களுக்கிடைப்பட்ட கணத்தாக்கைக் காண்க.

   (iii) மொத்தல் காரணமாக இழக்கப்பட்ட இயக்கச் சக்தியைக் காண்க.

2. கிடையான அழுத்தமான மேசையொன்றின் மீது V கதியுடன் இயங்கும் m திணிவுள்ள கோளம் ஒன்று அதே ஆரையும் $2m$ திணிவும் கொண்ட ஓய்விலுள்ள கோளம் ஒன்றுடன் நேரடியாக மோதுகின்றது.

   (i) மொத்தலின் பின் கோளங்களின் கதிகளைத் துணிவதற்கான கோவைகளைப் பெறுக.

   (ii) மீளமைவுக்குணகம் e ஐக் காண்க.

   (iii) மொத்தலின் காரணமாக சக்தியின் $\frac{1}{4}$ பங்கு இழக்கப்பட்டால் e இன் பெறுமதி யாது?

3. சம ஆரையும் முறையே $3m, 2m$ திணிவும் கொண்ட A, B என்ற ஒப்பமான கோளங்கள் ஒன்றையொன்று நோக்கி இயங்கி நேரடியாக மோதுகின்றன. மொத்தலிற்கு சற்று முன்னர் A, B என்பவற்றின் கதிகள் முறையே $4u, u$ ஆகும். மொத்தலின் காரணமாக B என்ற கோளத்தில் $6mu$ என்ற பருமனுடைய கணத்தாக்கு விசை தாக்குகின்றது.

   (i) மொத்தலின் பின்னர் A, B என்பவற்றின் கதிகளை u, e உறுப்புகளாகக்காண்க.

   (ii) மீளமைவுக்குணகத்தை e இல் காண்க.

   (iii) இம் மொத்தல் சாத்தியமாவதற்கான e யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

   (iv) மொத்தலின் போது சக்தியின் $\frac{9}{12}$ பங்கு இழக்கப்பட்டால் e யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

4. $m, 2m$ திணிவுகள் கொண்ட இரு சிறு கோளங்கள் $2a$ நீளம் கொண்டஇலேசான நீளா இழை ஒன்றினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழை இறுக்கமாகவும் கிடையாகவும் உள்ள போது அதன் நடுப்புள்ளி நிலைப்படுத்தப்பட்டு கோளங்கள் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றன. கோளங்களுக்கிடைப்பட்ட மீளமைவுக்குணகம் $\frac{1}{2}$

   (i) முதலாவது மொத்தலின் பின்னர் பாரமான கோளம் ஓய்விற்கு கொண்டுவரப்படும் எனக்காட்டுக.

   (ii) இரண்டாவது மொத்தலில் பாரம் குறைந்த கோளம் ஓய்விற்கு கொண்டுவரப்படும் எனக்காட்டுக.

   (iii) மூன்றாம் மொத்தலின் பின் ஒவ்வொரு கோளத்தின் வேகத்தையும் காண்க.

தவணை - 2

ஒப்படை இல - 1

மாணவர் செயற்பாட்டின் தன்மை : கண்டறிதல்

தேர்ச்சி மட்டம் : எண்ணுவதற்குப் பல்வேறு முறைகளைப் பயன்படுத்துவர்.

கண்டறிதல் : ஒழுங்குத் தொகைக்கும் கூட்டுத்தொகைக்கும் உரிய அடிப்படைக் கருதுகோளைக் கண்டறிவார்.

ஆசிரியருக்கு அறிவுறுத்தல்கள்:

1. வரிசைமாற்றமும் சேர்மானமும் என்ற பாடத்தை ஆரம்பிப்பதற்கு ஒரு கிழமைக்கு முன்னர் கண்டறிதலில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்தவும்.
2. பாடத்தை ஆரம்பிப்பதற்கு உத்தேசித்துள்ள தினத்திற்கு இரண்டு நாட்களுக்கு முன்னர் கண்டறிதலின் முடிவுகளை சமர்ப்பிப்பதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.
3. கண்டறிதலின் முடிவுகளைப் பாராட்டவும்.
4. வரிசை மாற்றம் தொடர்பாக மாணவர்களின் அடைவுமட்டத்திலிருந்து உரிய தினத்திலே வரிசைமாற்றச் சேர்மானமும் என்ற பாடத்தை ஆரம்பிக்கவும்.

குறிப்பு :

ஒழுங்குத்தொகைக்கும் கூட்டுத்தொகைக்கும் உரிய அடிப்படைக் கருதுகோளும். வரிசை மாற்றமும் சேர்மானத்திலும் உள்ள காரணியக் குறியீடும் பாடத்தை ஆரம்பித்த பின்னரே மாணவர்களுக்கு சொல்லிக் கொடுத்தல் வேண்டும்.

செயலட்டை:

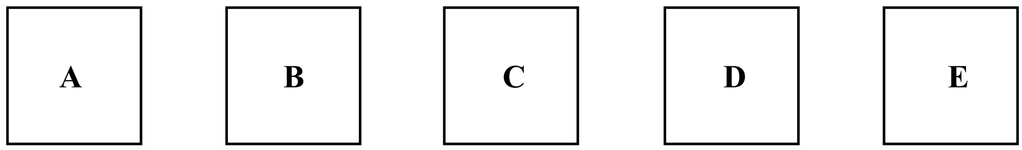
பின்வரும் நிகழ்ச்சியைக் கவனிக்க.
இது இற்றைக்கு சுமார் 100 ஆண்டுகளுக்கு முன்னர் நிகழ்ந்த ஒரு விடயமாகும்.

பாடசாலை ஒன்றின் 10 மாணவர்களைக் கொண்ட ஒரே குழு பாடசாலை ஓய்வு நேரத்தில் தேனீர் குடிப்பதற்காக எந்நாளும் ஒரே சிற்றூண்டிச்சாலைக்குப் போய் ஒரே வரிசையில் உள்ள அதே கதிரையில் அமர்வார்கள். ஒரு நாள் சிற்றுண்டிச்சாலையின் உரிமையாளர் பின்வரும் யோசனையை முன்வைத்தார்.

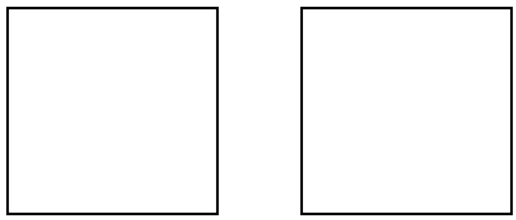
‘‘நீங்கள் 10 பேரும் இன்று அமர்ந்த ஒழுங்கில் அல்லாமல் வேறொரு ஒழுங்கில் நாளைக்கும் இன்னுமொரு ஒழுங்கில் நாளை மறுதினமும் என்றவாறு வெவ் வேறு ஒழுங்குகளில் கதிரைகளில் இனிமேல் உட்காருதல் வேண்டும். அவ்வாறு நீங்கள் அமரும் எல்லா ஒழுங்குகளும் முடிவுற்ற தினத்தில் உங்களுக்கு இலவசமாக போதியளவு சிற்றூண்டிகள் தரப்படும்.’’

சிற்றூண்டி உரிமையாளரின் இக்கூற்று தொடர்பாக கணித ரீதியாக ஆராய்வதற்கு கீழேயுள்ள செயற்பாட்டில் ஈடுபடவும்.

(1) கீழேயுள்ளவாறு சமனான சதுரவடிவ 5 காகித அட்டைகளைப் பெற்று அவற்றை A, B, C, D, E எனப் பெயரிடுக.



(i) மேலேயுள்ள சதுர வடிவங்களைவிட பெரிய சதுரங்கள் இரண்டை கடதாசி ஒன்றில் ஒரே வரிசையில் வரைந்து கொள்க.



மேலே A, B என பெயரிடப்பட்டுள்ள காகித அட்டைகளை கடதாசியில் வரைந்துள்ள சதுரங்களில் வைக்கக்கூடிய வெவ்வேறு ஒழுங்குகள் எத்தனை எனக் கண்டறிக.

(i) கடதாசியின் மேல் ஒரே வரிசையில் மேலுள்ளவாறு மூன்று சதுரங்களை வரைந்து A, B, C எனப் பெயரிடடப்பட்ட மூன்று காகித அட்டைகளைப் பயன்படுத்தி;

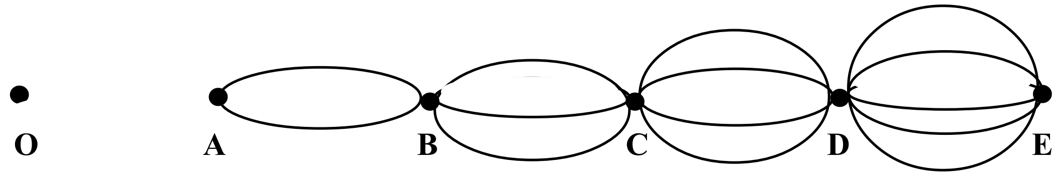
(i) நான்கு சதுரங்களை வரைந்து A, B, C, D எனப் பெயரிடடப்பட்டுள்ள 4 காகித அட்டைகளைப் பயன்படுத்தி;

(i) ஐந்து சதுரங்களை வரைந்து A, B, C, D, E எனப் பெயரிடடப்பட்டுள்ள 5 காகித அட்டைகளைப் பயன்படுத்தி

ஒரு சதுரத்தில் ஒன்று வீதம் அவற்றை வைக்கக்கூடிய வெவ்வேறு ஒழுங்குளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

மேலே ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் பெற்ற பேறுகளை கடதாசி ஒன்றில் குறித்துக் கொள்ளவும்.

(2) O என்னும் நகரத்தை A, B, C, D, E எனும் ஐந்து நகரங்களுடன் தொடர்புபடுத்தும் பாதைத் தொகுதி ஒன்றின் வலையை கீழே காணலாம்.



(a) O விலிருந்து;

(i) A இற்கு (ii) B இற்கு (iii) C இற்கு (iv) D இற்கு

(v) E இற்கு செல்லக்கூடிய வெவ்வேறான முறைகள் எத்தனை உண்டு.

(b) பேறுகளை இலகுவாகப் பெறும் முறையை விளக்குக.

(c) இப்பேறுகளுக்கும் மேலே செயற்பாடு (1) இல் கிடைத்த பேறுகளுக்கும் இடையே ஏதும் தொடர்புகள் உண்டா? தொடர்புகள் இருப்பின் அதனை விளக்குக.

(3) வெவ்வேறான பொருட்கள்

(a) 10ஐ ஒரே வரிசையில் வைக்கக்கூடிய வெவ்வேறு ஒழுங்குகளின் எண்ணிக்கையைப் பெற்றுத்தரும் கோவை ஒன்றை நிறையெண்களின் பெருக்கமாகத் தருக. அக்கோவையைச் சுருக்குக. அதிலிருந்து ஆரம்பத்தில் குறிப்பிடப்பட்ட சிற்றூண்டிச் சாலை உரிமையாளரின் கூற்றுத் தொடர்பாக உமது முடிவை எழுதிக் காட்டுக.

(b) வெவ்வேறான n பொருட்களை ஒரே வரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தக்கூடிய வெவ்வேறான முறைகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும் கோவை ஒன்றை பெருக்கமாகத் தருக.

மதிப்பீட்டு நியதிகள்:

1. தரப்பட்டுள்ள அறிவுறுத்தல்களுக்கு ஏற்ப செயற்பாட்டில் ஈடுபடுதல்.
2. கணித ரீதியான தொடர்புகளைக் கண்டறிதல்.
3. கணித ரீதியான மாதிரிகளை உருவாக்குதல்.
4. முடிவுகளைப் பெறுதல்.
5. தர்க்க ரீதியான கருத்துக்களை முன்வைத்தல்.

ஒப்படை இல: 2

மாணவர் செயற்பாட்டின் தன்மை : திறந்த நூல் பரீட்சை

தேர்ச்சி மட்டங்கள் : 4.1 எழுமாற்றுப் பரிசோதனை ஒன்றில் நிகழ்ச்சியை விபரிப்பார்.
4.2 எழுமாற்று நிகழ்ச்சிகள் தொடர்பான பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்கு நிகழ்தகவு தொடர்பான மாதிரிகளைப் பயன் படுத்துவார்.

திறந்த நூல் பரீட்சை : தொடைகளும் நிகழ்தகவும் தொடர்பான முன்னறிவை புத்தகங்களினூடாக மீட்டுதல்.

ஆசிரியருக்கு அறிவுறுத்தல்கள்:

1. நிகழ்தகவு பாடத்தை ஆரம்பிப்பதற்கு இரண்டு வாரங்களுக்கு முன்னர் பாடப் புத்தகங்களிலிருந்து தொடையும் நிகழ்தகவும் என்ற பாடத்தை கற்பதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும். தரப்பட்டுள்ள ஒப்படையை மாணவர்களுக்கு வழங்கவும்.

2. நிகழ்தகவுப் பாடத்தை ஆரம்பிப்பதற்கு ஒரு வாரத்திற்கு முன்னர் விடைகளைச் சமர்ப்பிப்பதற்கு ஆலோசனை வழங்கவும்.

3. மாணவர்களின் துலங்கள்களைப் பாராட்டி தேவையான பின்னூட்டல்களை வழங்கிய தன் பிறகு பாடத்தை ஆரம்பிக்கவும்.

ஒப்படை

(1) i $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ தொடையின் எல்லா தொடைப் பிரிவுகளையும் எழுதுக. அதற்கு எத்தனை தொடைப் பிரிவுகள் உண்டு?

i. $B = \{x \mid x \in Z^+, x < 10\}$ எனின், கீழே காணப்படும் தொடைகளில் இன் தொடைப் பிரிவுகளைத் தெரிவு செய்க.

$P = \{1, 4, 9, 16\}$, $Q = \{2, 3, 5, 7\}$

R = {10 இற்குக் குறைந்த முதன்மை எண்கள்}

S = {10 இற்குக் குறைந்த எண்ணும் எண்கள்}

$T = \{2, 4, 6, 8\}$

நீர் தெரிவுசெய்த தொடைப்பிரிவுகளில் A இன் முறைமையான தொடைப் பிரிவு காணப்பட்டால் அதனைக் குறிப்பிடுக.

(2) $A=\{1,2,3,4,5\}$ உம் $B=\{1,3,5,7,9\}$ உம் $\xi=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ உம் எனின், எனும் தொடைகளின் மூலகங்களை எழுதிக்காட்டுக.

(i) $A\cap B$ (ii) $A\cup B$ (iii) A' (iv) B' (v) $A'\cap B'$
(vi) $A'\cup B'$ (vii) $(A\cap B)'$ (viii) $A\cap B'$ (ix) $(A\cup B)'$ (x) $A'\cap B$

எனும் தொடைகளின் மூலகங்களை எழுதிக்காட்டுக.

(3) தொடை அட்சரகணிதம் தொடர்பாக பின்வரும் விதிகளைக்கூறி படங்கள் மூலம் விளக்குக.

1. பரிவர்த்தனை விதி
2. சேர்த்தி விதி
3. பரம்பல் விதி
4. த மோகன் விதி

(4) பின்வரும் பேறுகளில் சரியான பேறுகளின் கீழ்க் கோடிடுக.

(i) $A\cap\phi=A$ (ii) $A\cup\phi=A$ (iii) $A'\cap A=A$ (iv) $A'\cap A=\phi$

(5) I எழுமாற்றுப் பரிசோதனைக்கு வரைவிலக்கணம் கூறுக.

II. பின்வரும் பரிசோதனைகளிலிருந்து எழுமாற்றுப் பரிசோதனைகளைத் தெரிவு செய்க.

a. நாணயம் ஒன்றை மேலே எறிந்து கிடைக்கும் பேறைப் பரிசோதித்தல்.
b. முகங்களில் 1 தொடக்கம் 6 வரை இலக்கமிடப்பட்ட தாயக்கட்டை ஒன்றை மேலே எறிந்து மேல் பக்கமாக விழும் முகங்களில் கிடைக்கும் பேறை பரிசோதித்தல்.
c. பாடசாலை நேரத்தில் சுகவீனமுற்று வீடு செல்லும் பிள்ளைகளைப் பரிசோதித்தல்.
d. மின் குமிழ் ஒன்றின் ஆயுட்காலத்தைக் கணக்கிடல்.
e. சிவப்பு நிற 3 பந்துகளும் நீலநிற பந்தொன்றும் உள்ள உறையொன்றிலிருந்து பந்தொன்றை எழுமாறாக எடுத்தல்.

III. நீர் மேலே தெரிவுசெய்த எழுமாற்றுப் பரிசோதனைகளின் மாதிரி வெளியை எழுதுக.

(6) இரண்டு நாணயங்களை ஒரே தடவையில் மேலே எறிந்து மேல் பக்கமாக விழும் முகத்தை அவதானிக்கும் எழுமாற்றுப் பரிசோதனை ஒன்றின்.

(i) மாதிரி வெளியை எழுதுக.
(ii) மாதிரி வெளியிலுள்ள இரண்டு எளிய நிகழ்ச்சிகளை எழுதுக.
(iii) கூட்டு நிகழ்ச்சிகள் இரண்டை எழுதுக.

7) ஒன்றை ஒன்று தம்முள் புற நீக்கமுள்ள நிகழ்ச்சிகளிலிருந்து நீர் விளங்குவது யாது? உதாரணம் தந்து விளக்குக.

(8) நாணயம் ஒன்று 50 தடவைகள் மேலே எறியப்பட்டு விழும் பக்கத்தை அவதானித்து கீழே உள்ள அட்டவணையை நிரப்புக.

தடவை	கிடைத்த முகம் (தலை அல்லது பூ)
1	
2	
3	
4	
5	
.	
.	
.	
25	
-	
-	

(i) நாணயம் ஒன்று 25 தடவைகள் மேலே எறியப்பட்டால் தலை கிடைப்பதன் வெற்றிப் பின்னம் யாது?

(ii) 50, 100 தடவைகள் இப்பரிசோதனையை செய்வதன் மூலம் தலை விழுவதன் வெற்றிப் பின்னங்களைக் காண்க.

(iii) நிகழ்தகவின் ஒரு அளவீடாக வெற்றிப் பின்னத்தைக் கருதுவதற்கு பரிசோத னையை நிகழ்த்தவேண்டிய தடவைகளின் எண்ணிக்கை பற்றி யாது கூறலாம்?

(9) சம இயல்தகவுள்ள நிகழ்ச்சி என்றால் என்ன? கீழே காணப்படும் எழுமாற்றுப் பரிசோதனைகளில் சம இயல்தகவுள்ள நிகழ்ச்சிகளைத் தெரிவு செய்க.

(i) நாணயம் ஒன்றை மேலே எறிந்து மேல்பக்கமாக விழும் முகத்தை அவதானித்தல்.

(ii) 1 தொடக்கம் 6 வரை இலக்கமிடப்பட்ட சாதாரண தாயக்கட்டை ஒன்றை மேலே எறிந்து மேல் பக்கமாக விழும் முகத்திலுள்ள இலக்கத்தை அவதானித்தல்.

(iii) நீல நிறப்பந்துகள் இரண்டும் சிவப்பு நிற பந்துகள் மூன்று உள்ள உறை ஒன்றிலிருந்து எழுமாறாகப் பந்தொன்றை எடுத்து அதன் நிறத்தை சோதித்தல்.

(iv) 1 தொடக்கம் 9 வரை இலக்கமிடப்பட்டுள்ள சர்வசமனான காகித அட்டை களிலிருந்து எழுமாறாக ஒரு அட்டையை எடுத்து அதன் இலக்கத்தைப் பதிவு செய்தல்.

(10) மேலே வினா 9(i) இற்குரிய எழுமாற்றுப் பரிசோதனையின்

(i) மாதிரி வெளியை எழுதுக.

A = {இரட்டை எண் ஒன்று கிடைத்தல்}

B = {முதன்மை எண் ஒன்று கிடைத்தல்}

C = {சதுர எண் ஒன்று கிடைத்தல்}

D = {ஒன்றை எண் ஒன்று கிடைத்தல்}

எனக்கொண்டு

(ii)

(a)	$P(A)$	(f)	$P(B \cap C)$
(b)	$P(B \cap C)$	(g)	$P(C \cap A)$
(c)	$P(C)$	(h)	$P(A \cup B)$
(d)	$P(D)$	(i)	$P(A \cup B \cup C)$
(e)	$P(A \cap B)$	(j)	$P(A \cap B \cap C)$ என்பனவற்றைக் காண்க.

(iii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ எனவும்

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$

எனவும் நிறுவுக.

(iv) (a) ஒன்றை ஒன்று தம்முள் புறநீக்கமுள்ள இரண்டு நிகழ்ச்சிகளைத் தெரிவு செய்க.

(b) $P(A \cup D)$ ஐக் காண்க.

மதிப்பீட்டு நியதிகள்:

1. தேவையான தகவல்களைப் பெறுவதற்கு புத்தகங்களை பரிசீலனை செய்தல்.
2. தொடை அட்சரகணிதம் பற்றி மாணவர் பெற்றுக் கொண்ட விளக்கம்.
3. நிகழ்தகவின் ஆரம்ப எண்ணக்கரு பற்றிய விளக்கம்.
4. தரப்பட்டுள்ள அறிவுறுத்தல்களை சரியாகப் பின்பற்றுதல்.
5. சிக்கலற்ற விதமாக கருத்துக்களை முன்வைத்தல்.

எழுத்து மூலப் பரீட்சைக்கு பின்வரும் வினாக்களைப் பயன்படுத்தலாம். அல்லது ஆசிரியர் தாம் வினாக் களைத் தயாரிக்கலாம்.

தொகையீடு

1. (a) $\dfrac{2}{x(x+1)(x+2)}$ ஐப் பகுதிப் பின்னங்களாக எழுதுக.

இதிலிருந்து $\displaystyle\int_2^4 \frac{2}{x(x+1)(x+2)}dx = 3\ln 3 - 2\ln 5$ எனக்காட்டுக.

(b) $x = 1-u^2$ என்ற பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி அல்லது வேறுவிதமாக

$\displaystyle\int \frac{x+1}{\sqrt{x-1}}\,dx$ ஐக் காண்க.

(c) பகுதிகளாகத் தொகையிடும் முறையைப் பன்படுத்தி

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} x\cdot\cos 3x \quad dx$ ஐக் காண்க.

(d) $\displaystyle\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ எனக்காட்டுக.

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x+\cos x}\,dx$ ஐக் காண்க.

2. (a) $\dfrac{1}{(3t+1)(t+3)}$ ஐப் பகுதிப் பின்னங்களாக எழுதுக.

$t = tanx$ எனும் பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{3+5\sin x}dx \quad \int_0^1 \frac{1}{(3t+1)(t+3)}dt$ எனக்காட்டுக.

இதிலிருந்து $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{3+5\sin x} = \frac{1}{8}\ln 3$ எனப்பெறுக.

(b) பகுதிகளாகத் தொகையிடும் முறையைப் பயன்படுத்தி

$\displaystyle\int_0^1 x.e^{3x}\,dx$ ஐக் காண்க.

(c) $y = x^2, y^2 = x$ என்பவற்றால் அடைக்கப்பட்டுள்ள பரப்பளவைக் காண்க.

3. (a) $u^2 = a^2 - x^2$ என்ற பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தியோ அல்லது வேறுவழியாகவோ

$\int_0^a x\sqrt{a^2 - x^2}\, dx$ ஐக் காண்க.

(b) $f(x) = A + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x+3}$ ஆகுமாறு ஒருமைகள் A, B, C ஐக் காண்க.

$\int_0^2 f(x)dx = 2 + \ln\left(\frac{25}{81}\right)$ எனக்காட்டுக.

(c) பகுதியாகத் தொகையிடும் முறையைப் பயன்படுத்தி

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos 2x.dx$ ஐக் காண்க.

(d) $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ எனக்காட்டுக.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1-\sin 2x}{1+\sin 2x}\, dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x\, dx$$

இதிலிருந்து $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1-\sin 2x}{1+\sin 2x}\, dx$ ஐக் கணிக்க.

வட்ட இயக்கம்

(1) $14a$ நீளமுள்ள மீள்தன்மையற்ற இலேசான இழையொன்றின் அந்தங்கள் A, B என்னும் நிலையான புள்ளிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. புள்ளி A யானது B யிற்கு நிலைக்குத்தாக மேலேயும் $AB = 10a$ ஆகுமாறும் உள்ளது. m திணிவுள்ள துணிக்கையொன்று இழையிலுள்ள புள்ளி P யிற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு $AP = 8a$ துணிக்கையானது இழை இறுக்கமாக இருக்குமாறு கோணவேகம் w உடன் ஒரு கிடை வட்டத்தில் இயங்குகின்றது.

(i) AP யிலுள்ள இழுவை $\frac{4m}{25}\left(5g + 18aw^2\right)$ எனக்காட்டுக.

(ii) BP யிலுள்ள இழுவையைக் காண்க.

(iii) $w \geq \sqrt{\frac{5g}{32a}}$ என உய்த்தறிக.

(2) ஒரு அழுத்தமான கம்பியொன்று O மையம், r ஆரையும் கொண்ட வட்ட வடிவில் வளைக்கப்பட்டு ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. M திணிவுள்ள மணி B யானது இக் கம்பியில் கோர்க்கப்பட்டு அதிதாழ்புள்ளி P யிலிருந்து u என்னும் கதியுடன் எறியப்படுகின்றது.

(i) OB கிடையாக உள்ளபோது மணி முதலில் ஓய்விற்கு வரும் எனின் u இன் பெறுமதியைக் கணிக்க.

(ii) மணியானது பூரண வட்டங்களை ஆக்கி இயங்குவதற்கு u இன் அதிகுறைந்த பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iii) $u = \sqrt{3ag}$ எனின் OB யானது மேல்முக நிலைக்குத்துடன் $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ என்னும் கோணத்தை ஆக்கும் போது மணிக்கும் கம்பிக்குமிடைப்பட்ட மறுதாக்கம் பூச்சியம் எனக்காட்டி மணியானது முதலில் ஓய்விற்கு வரும் போது OB நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் கோணத்தையும் காண்க.

(3) ஆரையுடைய நிலைப்படுத்தப்பட்ட கோளம் ஒன்றின் அதியுயர் புள்ளியில் ஒரு துணிக்கை ஓய்வில் வைக்கப்பட்டு மெதுவாக இடம் பெயர்க்கப்படுகின்றது.

(i) துணிக்கையினூடு செல்லும் ஆரை மேல்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ என்னும் கோணத்தை ஆக்கும் போது துணிக்கை கோணத்தை விட்டு நீங்கும் எனக்காட்டுக.

(ii) துணிக்கையானது கோளத்திற்கு கீழே உள்ள கிடைத்தளத்தை மையத்தினூடான நிலைக்குத்து கோட்டிலிருந்து $\frac{2\sqrt{5}a}{3}$ என்ற தூரத்தில் அடிப்பின் கோளத்தின் அதிதாழ் புள்ளிக்கு கீழ் தளத்தின் ஆழம் $\frac{5a}{8}$ எனக்காட்டுக.

(4) O மையமும் a ஆரையும் கொண்ட ஒரு ஒப்பமான வட்ட வடிவில் அமைந்த ஒடுங்கிய குழாயொன்று ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. இக்குழாயானது இலேசான நீளா இழையினால் இணைக்கப்பட்ட $4m$ திணிவுள்ள A என்ற துணிக்கையும் m திணிவுள்ள B என்ற துணிக்கையும் கொண்டுள்ளது. ஆரம்பத்தில் A, B என்பன O இனூடான கிடைமட்டத்தில் பிடிக்கப்பட்டு தொகுதி ஓய்விலிருந்து இயங்கவிடப்படுகின்றது.

t நேரத்தின் பின்னர் AOB ஆனது θ என்ற கோணத்தினூடு திரும்பும் எனின்

(i) $5a\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = 6g\sin\theta$ எனக்காட்டுக.

(ii) B யிற்கும் குழாய்க்குமிடைப்பட்ட மறுதாக்கத்தை m, g, θ சார்பாகக் காண்க.

(iii) $a\frac{d^2\theta}{dt^2}$ ஐ g, θ சார்பாகக் காண்க.

(iv) இதிலிருந்து இழையிலுள்ள இழுவையைக் காண்க

உசாத்துணை நூல்கள்

தேசிய கல்வி நிறுவக வெளியீடுகள் (பின்வருவன)

01. தொகையீடு

02. பெறுதிகளின் பிரயோகம்

03. வட்டம்

04. நேர்கோடு

05. வரிசை மாற்றமும் சேர்மானமும்

06. சிக்கல் எண்கள்

07. வகையீடு

08. ஈர்வை மையம்

09. மூட்டிய கோல்கள், சட்டப்படல்

10. எளிமை இசை இயக்கம்

11. நியூற்றனின் இயக்க விதிகள்

12. வேலை, சக்தி, வலு

13. புள்ளி விபரவியல்

14. நேர்கோட்டு இயக்கம்

Bostock. L. and Chandler. J. Pure Mathematics I

Stanley Thrones (Publishers) Ltd. - 1993

Bostock L. and Chandler J. Pure Mathematics II

Stanley Thrones (Publishers) Ltd. - 1993

Bostock. L. and Chandler. J. Applied Mathematics I

Stanley Thrones (Publishers) Ltd. - 1993

Bostock. L. and Chandler. J. Applied Mathematics II

Stanley Thrones (Publishers) Ltd. - 1993